

# Dzieje wczesnego Wszechświata

## 25. Fizyka pierwotnej plazmy

Chcemy omówić bardziej szczegółowo tę część historii Wszechświata, o której wiarygodnie wiemy najwięcej – historię wczesnego Wszechświata, poczynając od drobnego ułamka sekundy po Wielkim Wybuchu, aż do końca epoki rekombinacji kilkaset tysięcy lat później, gdy promieniowanie reliktowe oddzieliło się od neutralnego gazu wodorowo-helowego. (Mówiąc o oddzieleniu się mamy oczywiście na myśli ustanie wzajemnych oddziaływań, a nie rozdzielanie przestrzenne – promieniowanie i gaz nadal równomiernie wypełniały całą przestrzeń Wszechświata.) Wydawać się może zaskakujące, że najwięcej wiemy o czasach najdawniejszych i to pomimo ubóstwa danych obserwacyjnych z tamtej epoki. Wyjaśnienia dostarcza fakt, że wczesny Wszechświat był bardzo prosty z punktu widzenia fizyki: był jednym olbrzymim jednorodnym układem termodynamicznym w stanie równowagi. Nigdy później Wszechświat nie był równie prosty. W jakiś czas po zakończeniu rekombinacji w stygnącym gazie zaczęły się skomplikowane i słabo poznane procesy astrofizyczne, które po kilku miliardach lat uformowały Wszechświat taki, jaki widzimy obecnie. Zjawiska te przyciągają największą uwagę astrofizyków i kosmologów, lecz ogromna ich złożoność i niemal całkowity brak danych obserwacyjnych powodują, że długo jeszcze nie będziemy wiedzieć jak słabo zróżnicowany gaz przekształcił się w obiekty tak skomplikowane jak galaktyki spiralne. Toteż tutaj zajmiemy się wyłącznie epoką, gdy Wszechświat był tak prosty jak tylko jest to możliwe. Zauważmy, że nie jest to sytuacja wyjątkowa: o wnętrzu dalekich gwiazd wiemy więcej niż o wnętrzu Ziemi, bowiem ich budowa jest dużo prostsza niż skalistych planet.

Omawiając dynamikę wczesnego Wszechświata w paragrafie 15 stwierdziliśmy, że gdy materia była bardzo ściśnięta (kosmiczny czynnik skali był mały, więc wszystkie odległości i objętości były odpowiednio mniejsze niż obecnie), to wskutek intensywnych oddziaływań jej cząstki były ultrarelatywistyczne. Stąd wyprowadziliśmy istnienie pierwotnej osobliwości oraz relacje (7). Uściślijmy teraz to stwierdzenie. Według powszechnie przyjętego *standar-*

*dowego modelu cząstek elementarnych* (który wraz z fizyką statystyczną stanowi podstawę opisu wczesnego Wszechświata) w przyrodzie istnieje kilkadziesiąt cząstek prawdziwie elementarnych, z których część stanowi składniki, fundamentalne „cegielki”, materii atomowej (elektron oraz kwarki, z których zbudowany jest proton i neutron), a inna część to kwanty pól przenoszących oddziaływania fundamentalne (foton, bozony pośredniczące oddziaływań słabych W i Z oraz gluony). Grawitacja nie jest w tym modelu uwzględniona. Własności cząstek opisanych tym modelem są bardzo rozmaite, np. kwarki i gluony nie występują pojedynczo swobodnie, jedne cząstki są trwałe (elektron, foton, trzy rodzaje neutrin), a inne żyją krótko i szybko rozpadają się (mion, taon, bozony W i Z). Dla kosmologii najbardziej istotna jest jedna ich własność: ich masa. Według modelu standardowego cząstkami bez masy są foton, wszystkie 3 rodzaje neutrin (jak mówiliśmy, najnowsze eksperymenty sugerują, że neutrina mają masę, my jednak dla prostoty będziemy zakładać, zgodnie z modelem standardowym, że są one bezmasowe) oraz wszystkie gluony.

We wczesnym Wszechświecie wkrótce po Wielkim Wybuchu materia była bardzo zgęszczona i oddziaływania elektromagnetyczne, silne i słabe zachodziły często, toteż materia była plazmą w stanie równowagi termicznej ze zmienną w czasie (malejącą) temperaturą; był więc to prosty makroskopowy układ fizyczny. W stanie równowagi w temperaturze  $T$  większość cząstek ma energię kinetyczną bliską  $k_B T$ . Cząstki o masie  $m$  są ultrarelatywistyczne jeżeli energia kinetyczna  $k_B T$  jest dużo większa od ich energii spoczynkowej  $mc^2$ , jeżeli natomiast  $k_B T$  jest dużo mniejsze od  $mc^2$ , to cząstki są nierelatywistyczne. We wczesnym Wszechświecie pierwotna plazma składała się ze wszystkich cząstek elementarnych opisanych modelem standardowym. W danej temperaturze jedne składniki plazmy były nierelatywistyczne, inne (o mniejszej masie) miały energię kinetyczną porównywalną z energią spoczynkową, zaś cząstki najlżejsze oraz bezmasowe były ultrarelatywistyczne. Równanie stanu dla tej wieloskładnikowej plazmy było więc skomplikowane, a w konsekwencji zależność gęstości jej energii  $\rho c^2$  od czynnika skali była (na podstawie równania ruchu cieczy (4)) złożona. Zauważmy jednak, że im bliżej jesteśmy Wielkiego Wybuchu, tym sytuacja staje się prostsza. Im mniejsze jest  $R$ , tym wyższa jest temperatura, zatem coraz cięższe cząstki stają się relatywistyczne. Co więcej, nawet wtedy, gdy najcięższe cząstki są wciąż nierelatywistyczne, to ich wkład do całkowitej gęstości energii jest mały. Załóżmy bowiem, że w pewnej temperaturze  $T_0$  gęstość energii cząstek nierelatywistycznych  $\rho_{nr}(T_0)c^2$  jest porównywalna z gęstością energii  $\rho_r(T_0)c^2$  cząstek relatywistycznych. Energia oddziaływania cząstek nierelatywistycznych jest mała w porównaniu z energią spoczynkową, zatem cząstki te tworzą „pył” o znikomym ciśnieniu. Jak wiemy, równanie stanu  $p \approx 0$  implikuje ewolucję gęstości daną wzorem  $\rho_{nr} R^3 = \text{const}$ , natomiast plazma cząstek relatywistycznych podlega

w przybliżeniu równaniu  $\rho_r R^4 = \text{const}$ . Stosunek  $\rho_r / \rho_{nr}$  ewoluuje zatem jak  $1/R$  i jeżeli w temperaturze  $T_0$  był bliski 1, to wcześniej, dla dużo wyższych temperatur, cząstki relatywistyczne dominowały. Dochodzimy do wniosku: *wkrótce po Wielkim Wybuchu, niezależnie od tego, czy wszystkie cząstki były jeszcze relatywistyczne, czy też cząstki najcięższe stały się już nierelatywistyczne, dominujący wkład do gęstości energii plazmy dawały cząstki relatywistyczne i jej gęstość ewoluowała proporcjonalnie do  $R^{-4}$ .*

Według teorii kwantów każda cząstka elementarna ma swoją antycząstkę (foton jest swoją własną antycząstką) o tej samej masie i przeciwnym ładunku elektrycznym (również inne liczby kwantowe antycząstki mają przeciwny znak). W zderzeniu para cząstka-antycząstka anihiluje na cząstki lżejsze, najczęściej fotony. Para cząstka-antycząstka danego rodzaju może być wykreowana w zderzeniach innych cząstek jeżeli energia oddziaływania przewyższa ich energię spoczynkową  $2mc^2$ . Jeżeli temperatura plazmy spełnia warunek  $k_B T > mc^2$ , to pary cząstka-antycząstka (cząstka ma masę  $m$ ) są często kreowane w plazmie. Wykreowana cząstka szybko napotyka antycząstkę i anihilują, lecz na ich miejsce tworzone są nowe pary. Gdy energia termiczna  $k_B T$  jest dużo większa od  $mc^2$ , to liczba kreowanych i anihilujących par jest taka sama, zatem wytwarza się równowaga dynamiczna pomiędzy cząstkami i antycząstkami: ich liczby są stałe (przy stałej temperaturze), mimo że poszczególne cząstki nieustannie powstają i giną. Gdy energia  $k_B T$  zbliża się do  $mc^2$ , to procesy anihilacji przeważają nad kreacją par i cząstek i antycząstek danego rodzaju ubywa. Przy energii termicznej mniejszej od energii spoczynkowej procesy kreacji stają się bardzo rzadkie i w końcu ustają, a wszystkie pary dość szybko anihilują; pozostają zatem nadwyżkowe, niesparowane cząstki lub antycząstki. Mamy zatem ogólną regułę: *jeżeli  $k_B T$  jest dużo większe od  $mc^2$ , to cząstek i antycząstek danego rodzaju jest dużo i są ultrarelatywistyczne; jeżeli  $k_B T$  jest mniejsze od  $mc^2$ , to istnieją tylko nieliczne nierelatywistyczne cząstki lub antycząstki, którym zabrakło partnera do anihilacji.* Tym bardziej więc gęstość plazmy jest zdominowana przez cząstki relatywistyczne.

Aby uniknąć nieporozumień: ta reguła obowiązuje wtedy, gdy oddziaływania są na tyle intensywne, by zapewnić równowagę termiczną. Gdyby gorąca plazma była mocno rozrzedzona, to skutek ekspansji przestrzeni stałaby się w końcu nierelatywistyczna, a zarazem pary cząstka-antycząstka nie uległyby anihilacji, bo po prostu nie spotkałyby się. Nierelatywistyczne cząstki i antycząstki mogą współistnieć jeśli nie oddziałują. Ponieważ antymateria emituje promieniowanie elektromagnetyczne tak samo jak materia, nie można dowiedzieć za pomocą obserwacji, że odległe galaktyki nie są zbudowane z antymaterii. Gdyby jednak założyć coś przeciwnego: że niektóre dalekie gwiazdy lub całe galaktyki składają się z antymaterii, to powstaje problem jak nastąpiło odzielenie przestrzenne materii od antymaterii, by nie unicestwiły się wzajem-

nie. Nie znamy procesów powodujących takie rozdzielanie. Pierwotna plazma była zbyt gęsta, by pary cząstka-antycząstka mogły przeżyć do epoki rekombinacji.

Przechodzimy teraz do opisu termodynamicznego wieloskładnikowej gorącej plazmy cząstek elementarnych. Dla jednych Czytelników będzie to przypomnienie znanej wiedzy, dla innych – nowością. Ci drudzy muszą przyjąć na wiarę podawane poniżej stwierdzenia i wzory. Plazma składa się z cząstek kwantowych. Jedną z najważniejszych charakterystyk kwantowych każdej cząstki elementarnej jest jej spin. Często spin przedstawiany jest jako wewnętrzny moment pędu (kręt), jednak wyobrażenie cząstki elementarnej jako wirującej wokół swojej osi kulki jest błędne. Dla nas istotne jest to, że spin określony jest kwantową liczbą spinu, która dla cząstek elementarnych opisanych modelem standardowym jest równa  $1/2$  lub  $1$ . Cząstki o spinie  $1/2$  nazywamy fermionami (na cześć fizyka włoskiego Enrico Fermiego, 1901–1954), a cząstki o spinie  $1$  – bozonami (dla upamiętnienia fizyka i biologa hinduskiego Jagadisa Bosego, 1858–1937); fermiony mają własności odmienne od bozonów. Fermionami są elektrony, miony, wszystkie neutrino i kwarki, bozonami – fotony, bozony pośredniczące W i Z oraz gluony. Fermiony z masą (elektrony, miony, kwarki) mają dwa niezależne stany spinowe dające wkład do liczby cząstek danego rodzaju w równowadze termicznej, a bozony z masą (cząstki W i Z) mają 3 stany spinowe. Foton ma dwa stany spinowe, a neutrino i antyneutrino tylko jeden stan.

Ostatnim pojęciem, jakie nam tu będzie potrzebne, jest potencjał chemiczny danego rodzaju cząstek elementarnych w stanie równowagi. Weźmy najpierw układ termodynamiczny złożony z cząstek jednego rodzaju. Jeżeli w procesie quasistatycznym (takim jest rozszerzanie się Wszechświata z punktu widzenia termodynamiki) entropia układu zmieni się o  $dS$ , jego objętość zmieni się o  $dV$ , a liczba cząstek w nim ulegnie zmianie o  $dN$ , to zmiana energii wewnętrznej dana jest tożsamością Gibbsa wynikającą z pierwszej i drugiej zasady termodynamiki:

$$dU = TdS - pdV + \mu dN, \quad (21)$$

gdzie  $\mu$  jest potencjałem chemicznym układu, wielkość ta ma wymiar energii. Funkcja ta ma niewiele wspólnego z własnościami chemicznymi układu i nazwa jej ma pochodzenie historyczne: układy otwarte, czyli o zmiennej liczbie cząstek, dawniej badano najczęściej w chemii. Tożsamość Gibbsa jest definicją potencjału chemicznego. Można go jawnie wyliczyć jako pochodną energii wewnętrznej względem liczby  $N$  cząstek w układzie jeżeli znamy energię jako funkcję  $N$ . Na ogół zależności  $U$  od  $N$  nie znamy. W układzie wieloskładnikowym każdy składnik ma swój potencjał chemiczny i jeżeli liczba cząstek  $i$ -tego składnika zmienia się o  $dN_i$ , to wywołuje zmianę energii wewnętrznej o  $\mu_i dN_i$ , zatem w tożsamości Gibbsa (21) w ostatnim wyrazie należy wysumować po wszystkich składnikach układu,

$$dU = TdS - pdV + \sum_i \mu_i dN_i . \quad (22)$$

Podkreślmy, że potencjał chemiczny przypisujemy nie pojedynczej cząstce, lecz określone-  
mu rodzajowi cząstek jako składnikowi określonego układu termodynamicznego, zatem  
zależy od rodzaju cząstek i rodzaju układu (te same cząstki mają w różnych układach różne  
potencjały).

Można udowodnić, że w pierwotnej gorącej plazmie cząstek elementarnych  
nie było sił o dalekim zasięgu (oddziaływania elektromagnetyczne miały krótki  
zasięg, bowiem pole elektryczne każdego ładunku było ekranowane przez ota-  
czające go ładunki przeciwnego znaku). Nie istniał zatem wypadkowy potencjał  
sił działających na cząstki plazmy. W rezultacie plazma była w dobrym przy-  
bliżeniu gazem doskonałym, co znakomicie upraszcza jej opis termodynamicz-  
ny. Cząstka o masie  $m$  i relatywistycznym pędzie  $\vec{P}$  (wektor ten jest równy  $m\gamma\vec{v}$ ,  
gdzie  $\vec{v}$  jest wektorem prędkości, a  $\gamma$  jest relatywistycznym czynnikiem Lo-  
rentza) ma energię

$$E = c\sqrt{m^2c^2 + P^2} ;$$

tutaj  $P^2 = \vec{P}^2$ . W mechanice kwantowej z cząstką o pędzie  $\vec{P}$  stowarzyszona  
jest fala o długości  $\lambda$  i wektorze falowym  $\vec{k}$ , który definiuje się następująco:  
jego kierunek jest kierunkiem ruchu fali  $\vec{n}$ , gdzie  $\vec{n}$  jest wektorem jednost-  
kowym, a jego długość jest równa  $k = |\vec{k}| = 2\pi/\lambda$ , czyli  $\vec{k} = (2\pi/\lambda)\vec{n}$ . Funda-  
mentalna relacja pomiędzy korpuskularnym i falowym charakterem cząstki  
kwantowej brzmi:  $\vec{P} = \hbar\vec{k}$ , a stąd

$$E = c\sqrt{m^2c^2 + \hbar^2k^2} . \quad (23)$$

W wieloskładnikowym gazie doskonałym w stanie równowagi liczba cząstek  
rodzaju  $i$  o masie  $m_i$  i potencjale chemicznym  $\mu_i$  mających wektor falowy  $\vec{k}$  w  
przedziale długości między  $k$  a  $k + dk$ , znajdujących się w jednostkowej  
objętości, jest równa

$$N_i(k)dk = \frac{g_i}{2\pi^2} k^2 dk \left[ \exp\left(\frac{E_i - \mu_i}{k_B T}\right) \pm 1 \right]^{-1} . \quad (24)$$

Ten skomplikowany na pozór wzór jest uogólnieniem wzoru Plancka (12).  
Zauważmy, że wektor falowy (czyli pęd) cząstek może być dowolnie skiero-  
wany, byle jego długość mieściła się w podanym przedziale. Wielkość  $g_i$  to licz-  
ba niezależnych stanów spinowych cząstek rodzaju  $i$ , jak widzieliśmy, może  
ona być równa 1, 2 lub 3. Symbol  $\exp$  oznacza funkcję eksponencjalną o pod-  
stawie  $e$ ; symbolu tego używa się wtedy, gdy argument funkcji wykładniczej

jest skomplikowany. Podwójny znak  $\pm$  w mianowniku wyrażenia (24) bierze się stąd, że wzór ten ma stosować się zarówno do fermionów jak i bozonów. Dla bozonów (np. fotonów) obowiązuje znak minus, tak jak w (12), dla fermionów mamy znak plus. Fakt, że wzór (24) można wyprowadzić tylko w teorii kwantów, przejawia się w trzech miejscach: w obecności współczynnika  $g_i$  będącego konsekwencją istnienia spinu, w rozróżnieniu między bozonami i fermionami (co również jest konsekwencją spinu) oraz bezpośrednio w obecności stałej Plancka we wzorze na energię pojedynczej cząstki  $E_i$ . Wielkość  $N_i(k)$  jest gęstością liczby cząstek rodzaju  $i$  na jednostkę objętości i jednostkowy przedział długości wektora falowego; ma ona wymiar  $\text{cm}^{-2}$ .

Stosując wzór (24) do fotonów i porównując go ze wzorem Plancka widzimy, że dla nich potencjał chemiczny jest równy zeru. Jest to zgodne z tym, że gdy promieniowanie termiczne jest zamknięte w pojemniku, to fotony są bezustannie pochłaniane i emitowane przez ściany pojemnika, więc liczba fotonów nie jest ściśle zachowywana, lecz fluktuuje wokół swojej wartości średniej (w krótkim przedziale czasu liczby fotonów absorbowanych i emitowanych przez ściany mogą się nieznacznie różnić). Wzór Plancka (12) podaje zatem nie dokładną liczbę fotonów w danej objętości w małym przedziale częstości w określonej temperaturze, lecz ich liczbę średnią (średniuje się po pewnym przedziale czasu). Pojawienie się lub zniknięcie pojedynczego fotonu nie zmienia energii gazu fotonowego, więc z tożsamości Gibbsa wynika  $\mu(\gamma) = 0$ . Fakt ten jest ważny dla rozważań kosmologicznych.

W oddziaływaniach cząstek elementarnych w pierwotnej plazmie jedne cząstki znikają, a na ich miejsce powstają cząstki innego rodzaju. Z tożsamości Gibbsa wynika reguła: *suma potencjałów chemicznych rodzajów cząstek wchodzących w reakcję jest równa sumie potencjałów cząstek wychodzących z reakcji*. Zilustrujemy ją na przykładzie reakcji często zachodzącej we wczesnym Wszechświecie: w zderzeniu elektronu z neutrinem mionowym powstawał ujemny mion i neutrino elektronowe:



Plazma zawierała więc te 4 rodzaje cząstek (inne rodzaje nie odgrywały w tym zjawisku roli). W tej reakcji energia była zachowana, zatem  $dU = 0$ , nie zmieniała się ani entropia ani objętość układu, natomiast liczby elektronów i neutrin mionowych malały o 1, a liczby mionów i neutrin elektronowych wzrastały o 1. Tożsamość (22) daje więc dla potencjałów chemicznych tych cząstek równość

$$\mu(e^-) + \mu(\nu_\mu) = \mu(\mu^-) + \mu(\nu_e) .$$

Z reguły tej wynika ważny wniosek: jeżeli dla danego rodzaju cząstek para cząstka-antycząstka może anihilować na fotony, to zachowanie potencjału chemicznego w tej reakcji oraz  $\mu(\gamma) = 0$  dają

$$\mu(\text{cząstka}) + \mu(\text{antycząstka}) = 0, \quad (26)$$

na przykład  $\mu(e^-) = -\mu(e^+)$ .

Przyjmijmy, że relacja (26) jest słuszna dla wszystkich cząstek elementarnych. Weźmy pewien rodzaj cząstek z potencjałem chemicznym  $\mu$ , wówczas zbiorowi antycząstek w plaźmie przypisujemy potencjał  $-\mu$ . Liczba cząstek w jednostce objętości o wszystkich możliwych pędach w temperaturze  $T$  jest  $n(\mu) = \int_0^\infty N(k, \mu) dk$ , a liczba antycząstek jest równa  $n(-\mu) = \int_0^\infty N(k, -\mu) dk$ .

Dla  $\mu \neq 0$  obie liczby są różne i nadwyżkę (dodatnią lub ujemną) cząstek nad antycząstkami oznaczamy przez  $\Delta n(\mu) = n(\mu) - n(-\mu)$ . Niech badanymi cząstkami będą bariony. Wprawdzie bariony nie są cząstkami elementarnymi (składają się z kwarków), lecz dla termodynamiki nie ma to znaczenia. Jak już mówiliśmy, nie ma żadnych podstaw by przypuszczać, że gdziekolwiek we Wszechświecie występują większe ilości antymaterii. Zatem to, co poprzednio nazwaliśmy „materią barionową” faktycznie składa się z barionów bez większej domieszki antybarionów, a to, co poprzednio nazwaliśmy gęstością liczby barionowej  $n_B$  należy utożsamić z nadwyżką barionów nad antybarionami  $\Delta n(\mu)$ . Barionowa składowa materii ma więc niezerowy (dodatni) potencjał chemiczny  $\mu(B)$ . Jaką ma on wartość? Wyliczenie go jest trudne, możemy jedynie oszacować go w przybliżeniu.

Liczba barionów w jednostce objętości  $n(\mu)$  dana jest całką z wyrażenia (24). Całki tej nie da się wyliczyć dokładnie ze względu na pierwiastek występujący w wyrażeniu na energię, możemy ją natomiast z grubsza oszacować w przybliżeniu wysokich temperatur, kiedy bariony są ultrarelatywistyczne, wówczas energia cząstek dana jest prostym wzorem  $E = \hbar ck$ . W tym przybliżeniu całka dla  $n(\mu)$  daje się wyliczyć ściśle i jest wielomianem kwadratowym w  $\mu$ . Wynika stąd, że nadwyżka barionów nad antybarionami jest liniową funkcją  $\mu$ :

$$\Delta n(\mu) = n(\mu) - n(-\mu) = \frac{2(k_B T)^2}{3(\hbar c)^3} \mu.$$

Jak wiemy z paragrafu 23, tak długo jak bariony są nierelatywistyczne, to stosunek  $\eta$  gęstości liczby barionów  $n_B$  do gęstości liczby fotonów  $n_\gamma$  jest stały w czasie. W rozpatrywanej teraz sytuacji bariony są ultrarelatywistyczne, czyli z punktu widzenia termodynamiki przypominają fotony, w szczególności gęstość ich liczby  $n(\mu)$  (oraz gęstość liczby antybarionów  $n(-\mu)$ ) zmienia się w czasie jak  $n_\gamma$ . Wynika stąd, że stosunek nadwyżki barionów nad

antybarionami  $\Delta n(\mu)$  w przypadku ultrarelatywistycznym do gęstości  $n_\gamma$ , również jest stały. Stosunek ten może się nieznacznie zmienić w okresie, gdy bariony stają się nierelatywistyczne i zachodzi anihilacja par. Gdy pominąć tę niewielką zmianę, to stosunek  $\Delta n(\mu)/n_\gamma$  równy jest stosunkowi  $n_B/n_\gamma = \eta$  dla barionów nierelatywistycznych. Korzystając ze wzorów (14) i (20) dostajemy w tym przybliżeniu, że stosunek ten jest dla wysokich temperatur równy

$$\frac{\Delta n(\mu)}{n_\gamma} = \frac{\pi^2}{3\zeta(3)} \frac{\mu}{k_B T} = \eta = (2,6 - 6,2) \cdot 10^{-10}.$$

Wynika stąd, że w bardzo wczesnym Wszechświecie, gdy energia barionów była rzędu  $k_B T$ , to ich potencjał chemiczny był w porównaniu z nią bardzo mały,  $\mu(B) \approx 10^{-10} k_B T$ . We wszystkich rachunkach termodynamicznych dotyczących tamtej epoki możemy pominąć potencjał chemiczny barionów, gdyż praktycznie nie miał wpływu na biegnące wówczas procesy. Kładziemy zatem  $\mu(B) = 0$  we wzorze (24) i jednocześnie podkreślamy, że ta drobna wartość  $\mu(B)$ , którą we wczesnym Wszechświecie można zignorować, odegrała kluczową rolę w późniejszej jego historii. Gdyby nie wynikająca z niej znikoma nadwyżka barionów nad antybarionami, to dziś nie byłoby śladu po protonach, neutronach i ich antycząstkach, bowiem fotony powstałe przy anihilacji par uległy wielokrotnemu rozproszeniu na leptonach i weszły w skład mikrofalowego promieniowania reliktowego (a to promieniowanie stałoby się swobodne dużo wcześniej, bowiem nie byłoby epoki rekombinacji). Bez barionów świat składałby się, oprócz promieniowania reliktowego, z tajemniczej niebarionowej ciemnej materii, nie byłoby planet ani gwiazd, żadne światło nie rozjaśniałoby ponurych mroków Kosmosu. Nie byłoby też nikogo, kto ujrzałby tę ciemność.

Co z potencjałami chemicznymi pozostałych cząstek elementarnych? Względnie najwięcej wiemy o elektronach. Zarówno obserwacje jak i ogólne rozważania teoretyczne sugerują, że makroskopowe ciała kosmiczne (gwiazdy, planety itd.) są elektrycznie obojętne. Również międzygwiazdowy gaz i pył są praktycznie neutralne: gdyby były silnie naładowane, to po pewnym czasie odpychanie elektrostatyczne wyrzuciłoby nadmiarowe ładunki na zewnątrz. Ponadto, silnie naładowany gaz lub pył poruszając się (np. wskutek wirowania galaktyk) wytwarzałby pola magnetyczne silniejsze niż te, które obserwują radioastronomowie. Pozostaje możliwość, że nadmiarowe (tzn. nie skompensowane ładunkami przeciwnymi) ładunki rozłożone są równomiernie w całej przestrzeni kosmicznej i nie wykonują wielkoskalowych ruchów, które przejawiałyby się w postaci kosmicznych pól magnetycznych. Ładunki te musiałyby być niesione przez jedyne cząstki trwałe – protony lub elektrony. Gdyby były to protony, to wynikałoby stąd, że obecnie we Wszechświecie elektronów jest

mniej niż protonów, czyli że we wczesnym Wszechświecie nadwyżka elektronów nad pozytonami była jeszcze mniejsza niż nadwyżka protonów nad antyprotonami. Wówczas rozumowaniem identycznym jak powyżej doszlibyśmy do wniosku, że potencjał chemiczny elektronów w pierwotnej plazmie był znikomo mały w stosunku do ich energii całkowitej. Załóżmy zatem, że istnieje duża liczba elektronów lub pozytonów nadających Wszechświatowi wypadkowy ładunek elektryczny. Jeżeli liczba ta nie jest dużo większa od liczby barionów, to nadal powyższe rozumowanie jest słuszne i potencjał chemiczny elektronów jest zaniedbywalnie mały. Potencjał ten zacząłby odgrywać rolę w termodynamice i historii wczesnego Wszechświata (poprzez wzór (24)), gdyby nadwyżkowych elektronów (lub pozytonów) było obecnie wiele tysięcy razy więcej niż protonów. Dla przykładu: niech elektronów będzie  $10^4$  razy więcej niż protonów. Z rozważań paragrafów 17 i 20 wiemy, że parametr gęstości dla barionów  $\Omega_B$  daje około 0,1 protonu w metrze sześciennym przestrzeni kosmicznej, zatem gęstość tych nadwyżkowych elektronów byłaby rzędu  $n_e \approx 10^3 \text{ m}^{-3}$  prowadząc do parametru gęstości  $\Omega_e \approx 0,1$ , czyli elektrony stanowiłyby znaczący składnik niebarionowej materii ciemnej. Zarazem stosunek liczby elektronów do liczby fotonów reliktowych,  $\eta_e = n_e/n_\gamma \approx 2,5 \cdot 10^{-6}$  byłby wprawdzie  $10^4$  razy większy niż w przypadku barionów (wzór (20)), lecz nadal byłby mały, czyli jeszcze raz posługując się rozumowaniem jak dla barionów otrzymalibyśmy, że we wczesnym Wszechświecie, gdy ultrarelatywistyczne elektrony i pozytony miały energie rzędu  $k_B T$ , ich potencjał chemiczny był rzędu  $\mu(e) \approx 10^{-6} k_B T$ . Z drugiej strony, gęstość  $n_e \approx 10^3 \text{ m}^{-3}$  elektronów w obecnym świecie jest wykluczona przez obserwacje. Jak wiemy, siła odpychania elektrostatycznego między elektronami jest  $10^{42}$  razy większa od siły przyciągania grawitacyjnego i przy tak silnych oddziaływaniach utrzymanie plazmy elektronowej w stanie równowagi mechanicznej, tzn. jednorodnej i nieruchomej, jest niemożliwe. Drobne fluktuacje gęstości lub prędkości szybko spowodowałyby gwałtowne wielkoskalowe przepływy plazmy skutkując różnymi efektami, których nie widzimy. Tajemnicza niebarionowa materia ciemna musi być elektrycznie obojętna.

Wnioskujemy stąd, że elektronów jest w przybliżeniu tyle samo co protonów, więc Wszechświat jest globalnie elektrycznie obojętny (oczywiście lokalnie tak być nie musi: w niektórych gwałtownych procesach, takich jak wybuchy supernowych lub wyrzuty materii z jąder aktywnych galaktyk, w strumieniu plazmy elektrony mogą przeważać nad protonami). Zatem potencjał chemiczny elektronów i ich nadwyżka nad pozytonami, są podobnej wielkości jak dla barionów.

Ponieważ protony i neutrony zbudowane są z kwarków, o potencjale chemicznym kwarków możemy powiedzieć to samo, co o potencjale barionów. Dużo gorzej jest z resztą cząstek elementarnych. Nie mamy żadnych prze-

słanek teoretycznych, ani sugestii obserwacyjnych odnośnie relacji neutrin do antyneutrin oraz mionów i taonów do ich antycząstek. Dlatego też powszechnie przyjmuje się najprostszą hipotezę: *potencjały chemiczne wszystkich cząstek elementarnych były w pierwotnej plazmie praktycznie równe zero*. Jest to tzw. „model symetrycznego Wszechświata”, mającego wszystkie liczby kwantowe równe zero, bowiem założenie znikania potencjałów chemicznych jest równoważne założeniu zerowania się wszystkich zachowywanych globalnych liczb kwantowych: ładunku elektrycznego, liczby barionowej, liczby elektronowej, liczby mionowej i liczby taonowej. W stanie równowagi liczba cząstek każdego rodzaju jest równa liczbie antycząstek.

Kładziemy zatem  $\mu_i = 0$  w (24) i całkowitą gęstość energii materii w równowadze w temperaturze  $T$  wyliczamy ze wzoru

$$\rho(T)c^2 = \sum_i \int_0^\infty E_i(k) N_i(k) dk, \quad (27)$$

w którym sumujemy po wszystkich rodzajach cząstek. Dla ultrarelatywistycznego gazu doskonałego mamy  $E_i \approx \hbar ck$  i wówczas ciśnienie spełnia równanie stanu gazu fotonowego (dowodu nie podajemy),

$$p(T) = \frac{1}{3} \rho(T) c^2. \quad (28)$$

Wprowadzając stałą Stefana-Boltzmanna  $a$  (zdefiniowaną po wzorze (15)), dostajemy gęstość energii bozonów  $i$ -tego rodzaju:

$$\rho_{Bi}(T)c^2 = \frac{1}{2} g_i a T^4; \quad (29)$$

współczynnik  $1/2$  jest tu wprowadzony po to, by dla fotonów (dwa niezależne stany spinowe) otrzymać zwykłe prawo Stefana-Boltzmanna (16). Dla fermionów (spin  $1/2$ ) całka w (27) daje

$$\rho_{Fi}(T)c^2 = \frac{7}{16} g_i a T^4. \quad (30)$$

Tajemniczy współczynnik  $7/16$  bierze się ze znaku „+” w mianowniku wyrażenia (24).

Sumując po wszystkich rodzajach cząstek elementarnych opisanych modelem standardowym dostajemy całkowitą gęstość energii pierwotnej plazmy kosmicznej,

$$\rho(T)c^2 = \sum_i \left( \frac{7}{8} g_{Fi} + g_{Bi} \right) \frac{1}{2} a T^4, \quad (31)$$

gdzie litery F i B oznaczają, że mamy do czynienia odpowiednio z fermionami i bozonami. Liczbę będącą sumą w (31) nazywamy *liczbą efektywnych stanów spinowych ultrarelatywistycznego gazu w temperaturze T*:

$$N(T) = \sum_i \left( \frac{7}{8} g_{Fi} + g_{Bi} \right). \quad (32)$$

Przymiotnik „efektywny” oznacza, że liczbę tę otrzymujemy nie przez proste zliczenie wszystkich stanów spinowych, lecz że liczbę stanów fermionów należy pomnożyć przez 7/8. Liczba  $N(T)$  zależy od temperatury, bowiem uwzględniamy tylko te rodzaje cząstek, które są ultrarelatywistyczne, a tych, w miarę spadku  $T$ , ubywa. Innymi słowy, w sumie (32) bierzemy pod uwagę tylko te rodzaje, dla których zachodzi  $k_B T \gg mc^2$  (zauważmy, że dla dowolnie niskiej temperatury ze wzoru (24) wynika, że również wśród cząstek o dużej masie występują cząstki o bardzo dużej energii, tyle że jest ich znikomo mało). Z definicji wynika, że funkcja  $N(T)$  jest nieciągła i zmienia się skokowo. Jak zobaczymy dalej, funkcja ta maleje od wartości 106,75 niedługo po Wielkim Wybuchu do 3,363... w ostatniej – radiacyjnej – erze wczesnego Wszechświata (obecność ułamka niewymiernego wynika stąd, że jak zobaczymy, w tej erze materia składa się z dwóch nieoddziałujących ze sobą gazów doskonałych o różnych temperaturach).

Jak wiemy z paragrafu 15, w pobliżu pierwotnej osobliwości gęstość energii materii nie zależy ani od geometrii przestrzeni (czyli od parametru krzywizny  $k = 0, \pm 1$ ), ani też od warunków początkowych, tzn. gęstość masy  $\rho$  nie zawiera żadnych dowolnych parametrów i dana jest wzorem (7),

$$\rho = \frac{3}{32\pi G} \frac{1}{t^2}.$$

Porównując ten wzór z (31) dostajemy zależność temperatury plazmy od czasu,

$$T(t) = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{\pi G a N(T)} \right)^{1/4} t^{-1/2}, \quad (33)$$

oraz zależność odwrotną, tzn. wiek Wszechświata jako funkcję jego temperatury,

$$t = \frac{1}{4} \left( \frac{3}{\pi G a N(T)} \right)^{1/2} \frac{1}{T^2} . \quad (34)$$

Tą ostatnią relacją będziemy się dalej posługiwać, więc wstawiamy wartości znajdujących się w niej stałych i dostajemy

$$\frac{t}{1 \text{ s}} = \frac{2,42}{\sqrt{N(T)}} \left( \frac{1 \text{ MeV}}{T} \right)^2 . \quad (35)$$

Zapis ten oznacza, że gdy wielkość  $k_B T$  wyrazimy w jednostkach energii MeV, to dostaniemy wiek Wszechświata w sekundach. Przelicznik jest równy

$$\frac{T}{1 \text{ K}} = 1,16 \cdot 10^{10} \frac{k_B T}{1 \text{ MeV}} .$$

## 26. Termiczna historia wczesnego Wszechświata

Uściślimy teraz jaki okres historii Kosmosu nazywamy „wczesnym Wszechświatem”. Pojęcie to wprowadziliśmy w paragrafie 15, a w paragrafach 21, 23 i 25 wymieniliśmy własności Wszechświata w tym okresie: materia kosmiczna była w równowadze termicznej, która trwała co najmniej do epoki rekombinacji wodoru (tzn. połączenia się elektronów z protonami w neutralne atomy), a ta zakończyła się kilkaset tysięcy lat po Wielkim Wybuchu, w tym okresie dominowała materia ultrarelatywistyczna. Jeszcze wcześniej, w paragrafie 15 ustaliliśmy, że wkrótce po Wielkim Wybuchu wszystkie trzy modele Friedmanna ewoluowały w tym samym tempie, niezależnie od geometrii przestrzeni. Jednoczesne zachodzenie tych trzech własności przyjmujemy za definicję tego okresu. Zatem:

*we wczesnym Wszechświecie materia była w równowadze termicznej z promieniowaniem elektromagnetycznym, dominujący wkład do gęstości energii dawały cząstki ultrarelatywistyczne (kolejno: kwarki, hadrony, leptony i fotony), a tempo ewolucji, czyli kosmiczny czynnik skali, było zdeterminowane przez gęstość materii (tzn. w równaniu Friedmanna można było zaniedbać człon z krzywizną przestrzeni).*

Jak wiemy, stan równowagi termicznej utrzymywał się co najmniej do końca epoki rekombinacji, któremu możemy umownie przypisać temperaturę  $T_{rek} = 3000 - 3500 \text{ K}$  i parametr przesunięcia ku czerwieni  $z_{rek} = 1000 - 1300$ . Gęstość energii była zdominowana przez cząstki ultrarelatywistyczne do końca ery radiacyjnej, której nazwa wskazuje, iż wówczas cząstkami tymi były fotony.

Teraz oszacujemy w przybliżeniu kiedy skończyła się era radiacyjna, a przy jej omawianiu podamy dokładniejsze wyliczenie. W tej erze bariony były nierelatywistyczne i ich gęstość malała jak  $\rho_B \propto R^{-3}$ , natomiast gęstość energii promieniowania termicznego była większa i szybciej spadała,  $\rho_\gamma c^2 \propto T^4 \propto R^{-4}$ . Koniec ery radiacyjnej nastąpił w chwili  $t_k$ , gdy obie gęstości zrównały się. Przyjmując, że parametr gęstości dla wszystkich barionów (świecących i ciemnych) jest obecnie równy  $\Omega_{B0} \approx 0,045$ , a gęstość krytyczna jest dziś ( $t = t_0$ )  $\rho_{kr0} = 1,879 h^2 \cdot 10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$ , dostajemy aktualną gęstość barionów  $\rho_{B0} = 7,8 \cdot 10^{-31} h^2 \text{ g cm}^{-3}$ . We wcześniejszej chwili  $t$ , której odpowiada  $z(t) = R_0/R(t) - 1$ , gęstość barionów była

$$\rho_B(t) = \left( \frac{R_0}{R} \right)^3 \rho_{B0} = (z+1)^3 \rho_{B0} ,$$

a gęstość energii promieniowania relikтового równała się

$$\rho_\gamma(t) c^2 = a T^4 = a \left( \frac{R_0}{R} \right)^4 T_0^4 = \left( \frac{R_0}{R} \right)^4 \rho_\gamma(t_0) c^2 = (z+1)^4 \rho_{\gamma0} c^2 .$$

Era radiacyjna skończyła się, gdy  $\rho_B(t_k) = \rho_\gamma(t_k)$ , czyli  $(z+1)^3 \rho_{B0} = (z+1)^4 \rho_{\gamma0}$ , a stąd  $z+1 = \frac{\rho_{B0}}{\rho_{\gamma0}}$ . Wartość  $\rho_{\gamma0}$  znamy dokładnie (paragraf 20),  $\rho_{\gamma0} = 4,642 \cdot 10^{-34} \text{ g cm}^{-3}$ , co daje  $z_k + 1 = 1,7 \cdot 10^3 h^2$ . Rachunek jest niedokładny, bo pominęliśmy neutrino. Wnioskujemy z niego jedynie, że końcowi ery radiacyjnej odpowiada parametr przesunięcia ku czerwieni  $z_k \approx 10^3$ . Jest to w przybliżeniu wartość odpowiadająca końcowi epoki rekombinacji. *Koniec ery radiacyjnej i koniec epoki rekombinacji nastąpiły w przybliżeniu w tym samym czasie i odpowiada im*

$$z_k \approx z_{rek} \approx 1000 .$$

Jest to czysta koincydencja: oba zdarzenia mają odmienną naturę fizyczną i nie ma powodu, by były ze sobą skorelowane. Moment rekombinacji jest wyznaczony przez temperaturę plazmy,  $T_{rek} \approx 3000 - 3500 \text{ K}$  i skoro obecnie promieniowanie reliktowe ma temperaturę około  $3 \text{ K}$ , to  $z_{rek} \approx 1000$ . Natomiast moment zrównania gęstości barionów i fotonów zależy oczywiście od liczby barionów, czyli od wartości stosunku  $\eta = n_B/n_\gamma$  (wzór (20)). Gdy  $\eta \approx 10^{-9}$ , to  $z_k \approx 10^3$  i zachodzi koincydencja obu zjawisk. Gdyby barionów było więcej, tj. gdyby  $\eta$  było większe od  $10^{-9}$ , to gęstość barionów zrównałaby

się z gęstością fotonów wcześniej, przed zejściem rekombinacji; gdyby barionów było mniej, to era radiacyjna skończyłaby się po rekombinacji wodoru i po odłączeniu się fotonów od neutralnego gazu atomowego. Wyjaśnienie tej koincydencji wymaga wyjaśnienia – w ramach fizyki fundamentalnej – wartości stałej  $\eta$ .

Ustalenie jak długo od Wielkiego Wybuchu można pomijać człon z krzywizną przestrzeni w równaniu Friedmanna również nie jest trudne; odpowiednie obliczenia podajemy w Aneksie 26.1. Wynika z nich, że krzywizna nie odgrywała roli do końca ery radiacyjnej i jeszcze przez pewien czas później.

Widzimy, że najwcześniej, bowiem z końcem ery radiacyjnej, przestaje być spełniony warunek, że głównym składnikiem kosmicznej materii są cząstki relatywistyczne. Zatem *terminem „wczesny Wszechświat” obejmujemy okres od Wielkiego Wybuchu do końca ery radiacyjnej, pokrywającego się w przybliżeniu z końcem epoki rekombinacji*; w tym czasie parametr przesunięcia ku czerwieni zmalał od  $z = \infty$  w pierwotnej osobliwości do  $z \approx 10^3$ . Długość tego okresu możemy z grubsza oszacować stosując wzór (7) dla gęstości materii we wczesnym Wszechświecie. Pod koniec ery radiacyjnej gęstość materii barionowej była  $(z_k + 1)^3 \rho_{B0} \approx 10^9 \rho_{B0} \approx 7,8 \cdot 10^{-22} h^2 \text{g cm}^{-3}$  (co odpowiada liczbie około 200 nukleonów w centymetrze sześciennym dla  $h \approx 0,7$ ; z punktu widzenia techniki była to bardzo wysoka próżnia) i przyrównując tę wartość do gęstości materii danej wzorem (7) dla  $t = t_k$ , dostajemy  $t_k \approx 1,7 \cdot 10^{14} \text{ s} \approx 5 \cdot 10^6 \text{ lat}$ . Ponieważ wzięliśmy pod uwagę tylko bariony pomijając fotony i neutrino, wartość  $t_k$  została zawyżona, w rzeczywistości wczesny Wszechświat trwał krócej niż milion lat.

Przechodzimy teraz do termicznej historii wczesnego Wszechświata. Okres ten dzielimy, w zależności od szczegółowości opisu, na trzy do siedmiu er. Przez znaczną część tego okresu Wszechświat był fizycznie tak prosty jak to jest tylko możliwe, był bowiem nieodróżnionym przestrzennie wieloskładnikowym gazem doskonałym w stanie równowagi termicznej. Przez większość pozostałego czasu był nieznacznie bardziej złożony – składał się z dwóch nieoddziałujących ze sobą gazów doskonałych o niewiele różniących się temperaturach; jedynie przez bardzo krótki czas przybliżenie gazu doskonałego nie stosowało się, a i wówczas plazma pozostawała w stanie równowagi. Jak zobaczymy, przypuszczalnie były też momenty, gdy specyficzne procesy nie dopuszczały do osiągnięcia równowagi termicznej. Historię tę nazywamy termiczną, bowiem jej bieg znacznie lepiej jest mierzyć maleniem temperatury, a nie upływem czasu. W każdej erze pewien rodzaj cząstek elementarnych był ultra-relatywistyczny i one dawały główny wkład do gęstości energii. Wszechświat szybko się rozszerzał i temperatura spadała zgodnie z prawem  $TR = \text{const}$ . Co pewien czas, gdy temperatura obniżała się do wartości porównywalnej z energią spoczynkową dominujących cząstek, tj.  $k_B T \approx mc^2$ , cząstki te anihilowały

ze swoimi antycząstkami (końcowym produktem anihilacji były fotony) i wypadały z gry, a ich rolę przejmowały cząstki lżejsze i Wszechświat wkraczał w kolejną erę. Rozszerzanie się przestrzeni, adiabatyczne ochładzanie się gazu i kilkukrotnie zachodzące procesy anihilacji były typowymi zjawiskami tego okresu. Oprócz nich, we wczesnym Wszechświecie zaszło kilka innych, krótkotrwałych lecz ważnych procesów, które opiszemy w odpowiednich erach.

## 27. Era kwantowej grawitacji

O pierwszych dwu erach wczesnego Wszechświata wiemy bardzo mało, toteż jeszcze kilkanaście lat temu okres ten pomijano i opis wydarzeń zaczynało od ery hadronowej. Obecnie jest on w centrum zainteresowania fizyków zajmujących się badaniami fundamentalnymi. Dzielimy go na dwie ery, by precyzyjniej określić zakres naszej niewiedzy i rozróżnić odmienne metody badań.

Powszechnie przyjętą hipotezą (lecz nie dowiedzionym twierdzeniem) jest, że przez krótki czas bezpośrednio po wyłonieniu się Wszechświata z pierwotnej osobliwości, rządziły nim prawa kwantowej grawitacji. Grawitacja jest uniwersalnym oddziaływaniem wszelkiej materii, a materia ma naturę kwantową, zatem naturalne jest przypuszczać, że oddziaływania grawitacyjne mają u podstaw charakter kwantowy. Niestety nigdzie w znanej nam części Wszechświata nie obserwujemy zjawisk, które można uznać za efekty kwantowej grawitacji. Oczywiście mamy nadzieję, że zjawiska takie zostaną odkryte w przyszłości. Z drugiej strony, skonstruowanie logicznie spójnej teorii kwantowej grawitacji (którą będzie można porównać z przyszłymi obserwacjami i doświadczeniami) napotyka na ogromne trudności. Rzecz w tym, że kwantowego pola grawitacyjnego nie można wyobrażać sobie na podobieństwo kwantowego pola elektromagnetycznego, które przedstawiamy w formie roju fotonów biegnących w czasoprzestrzeni Minkowskiego. Teoria ta musi uwzględniać einsteinowską ogólną teorię względności, według której grawitacja to krzywizna czasoprzestrzeni. Zatem kwantowa grawitacja to kwantowa czasoprzestrzeń. Brzmi to chwytliwie jako hasło, lecz nikt nie wie co to jest kwantowa czasoprzestrzeń: ani jak ją sobie wyobrażać fizycznie, ani jak ją opisać matematycznie. Po wielu latach wytężonej pracy wielu wybitnych uczonych wyniki są skromne i żaden pomysł nie wydaje się przekonujący. Powoli rozpowszechnia się pogląd, że kwantowa czasoprzestrzeń (jeżeli idea ta ma w ogóle sens) będzie czymś radykalnie odmiennym od tego, jak w matematyce pojmujemy się przestrzeń, a w ogólnej teorii względności – czasoprzestrzeń. Przez pewien czas wśród fachowców była popularna (i dotarła nawet do literatury popularnonaukowej) idea „kwantowej piany czasoprzestrzeni”; obecnie wiadomo, że była ona zbyt mało rewolucyjna, by mogła być prawdziwa.

Kwantowa grawitacja, mimo że aktualnie jest tylko programem badawczym, a nie fragmentem realnej fizyki, jest bardzo potrzebna i pożądana w kosmologii relatywistycznej. W par. 14 powiedzieliśmy, że z OTW koniecznie wynika istnienie pierwotnej osobliwości czasoprzestrzeni, będącej osobliwym stanem fizycznym Wszechświata: cała przestrzeń jest skurczona do punktu, przez co materia ma nieskończoną gęstość, ciśnienie i temperaturę. W osobliwości załamują się wszystkie prawa fizyki, nie podlega więc poznaniu naukowemu. W ramach OTW osobliwości usunąć się nie da. Jedynym sposobem uniknięcia osobliwości, tworu bezspornie niepożądanego, jest wyjście poza OTW i tu jedyną szansą jest, jak się okazało, hipotetyczna kwantowa grawitacja. Nie wiemy wprowadzić czym jest kwantowa czasoprzestrzeń, lecz zasadne jest przypuszczać, że nie dopuszcza ona istnienia osobliwości: „rozmywa” je i wygładza.

Dlaczego kwantowa grawitacja miałaby dominować tam, gdzie teoria Einsteina przewiduje osobliwość i likwidować ją, lub przynajmniej łagodzić? Skoro nie mamy teorii, z której mogłoby to wynikać, opieramy przypuszczenie na argumentach posługujących się tzw. *jednostkami planckowskimi*. Zrobimy o nich dłuższą dygresję, bowiem zagadnienie jest interesujące nie tylko dla kosmologii.

Wszystkie mianowane wielkości fizyczne (mechaniczne, cieplne, elektromagnetyczne itd.) można zbudować z trzech wielkości: długości, czasu i masy. Systemy jednostek, dawniej CGS, obecnie MKS (SI), mają jako bazę jednostki tych 3 wielkości. Te jednostki bazowe: sekunda, gram lub kilogram, metr czy centymetr, mają pochodzenie historyczne, są czysto przygodne i w żaden sposób nie są w fizyce wyróżnione. Czy fizyka fundamentalna ma swoją wyróżnioną skalę, która definiowałaby fizycznie wyróżnione jednostki? Okazuje się, że tak. Przez pewien czas sądzono, że np. wyróżnioną długością jest rozmiar atomu ( $10^{-8}$  cm) lub jądra atomowego ( $10^{-13}$  cm), nie są to jednak długości prawdziwie uniwersalne. Skali uniwersalnej należy szukać inaczej.

Wśród wielu stałych fizyki trzy są fundamentalne: prędkość światła w próżni  $c$ , wskazująca na to, że materia jest relatywistyczna (w sensie STW), stała Plancka  $\hbar$ , oznaczająca, że materia ma naturę kwantową, oraz stała Newtona  $G$ , określająca natężenie oddziaływania uniwersalnego – grawitacji. Wymiary i wartości liczbowe tych trzech stałych wyrażamy w jednostkach długości, czasu i masy. Wymiary tych trzech stałych są od siebie niezależne tak, jak niezależne są długość, czas i masa. Nie można z dwu stałych zbudować wielkości o wymiarze trzeciej, np. z  $G$  i  $\hbar$  nie da się skonstruować wielkości o wymiarze prędkości. Można zatem wykonać operację odwrotną: z  $c$ ,  $G$  i  $\hbar$  zbudować wielkości o wymiarze długości czasu i masy. Te wielkości przyjmujemy jako jednostki fundamentalne, a z nich zbudujemy jednostki wszystkich pozostałych wielkości fizycznych. Dla przykładu skonstruujemy jednostkę długości. Bie-

rzemy w tym celu iloczyn stałych fundamentalnych, każdej podniesionej do pewnej potęgi,  $\hbar^x c^y G^z$ , gdzie  $x$ ,  $y$  i  $z$  są niewiadomymi liczbami wymiernymi i żądamy, by wyrażenie to miało wymiar długości. Podstawiając wymiary (np. w układzie CGS) tych stałych, dostajemy równanie

$$(g\text{ cm}^2\text{s}^{-1})^x (\text{cm s}^{-1})^y (\text{cm}^3\text{g}^{-1}\text{s}^{-2})^z = \text{cm}.$$

Niezależność długości, czasu i masy powoduje, że równanie jest spełnione wtedy, gdy po lewej stronie gram i sekunda występują w potęgach 0, a centymetr – w potęgach 1. Otrzymujemy układ 3 równań liniowych, których rozwiązaniem jest  $x = z = 1/2$  oraz  $y = -3/2$ . Wstawiając wartości liczbowe  $\hbar$ ,  $c$  i  $G$  znajdujemy *planckowską jednostkę długości*

$$L_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,62 \cdot 10^{-33} \text{ cm}.$$

Jednostką czasu będzie czas przelotu odległości  $L_P$  przez światło,

$$t_P = \frac{L_P}{c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 5,39 \cdot 10^{-44} \text{ s}.$$

Zachęcamy Czytelnika, by sam wyprowadził poniższe jednostki planckowskie:

masy  $M_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,18 \cdot 10^{-5} \text{ g},$

energii  $E_P = M_P c^2 = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1,96 \cdot 10^{16} \text{ erg} = 1,22 \cdot 10^{19} \text{ GeV},$

temperatury  $T_P = \frac{E_P}{k_B} = \frac{1}{k_B} \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1,42 \cdot 10^{32} \text{ K},$

mocy  $\frac{E_P}{t_P} = \frac{c^5}{G} = 3,63 \cdot 10^{59} \text{ erg s}^{-1},$

ładunku  $Q_P = \sqrt{\hbar c} = 5,62 \cdot 10^{-9} \text{ esu} = 11,7 \text{ e},$

gęstości masy  $\rho_P = \frac{c^5}{\hbar G^2} = 5,13 \cdot 10^{93} \text{ g cm}^{-3},$

gęstości energii  $\rho_P c^2 = \frac{c^7}{\hbar G^2} = 2,87 \cdot 10^{117} \text{ GeV cm}^{-3}.$

Jednostki te nazywamy też *jednostkami naturalnymi*. Warto pamiętać, że wymyślił je Max Planck już w 1900 r.: po wprowadzeniu stałej  $\hbar$ , koniecznej do sformułowania prawa Plancka dla promieniowania termicznego, zorientował się, że wraz z  $c$  i  $G$  tworzą razem naturalny układ jednostek.

Rzucającą się w oczy cechą jednostek Plancka jest, że nie wyznaczają one skali dla żadnych znanych i ważnych zjawisk fizycznych, są bowiem albo ogromne, albo znikomo małe. Długość Plancka jest o 20 rzędów wielkości mniejsza od średnicy jądra atomowego, w rezultacie czas Plancka jest o 20 rzędów wielkości krótszy od najmniejszych przedziałów czasu znanych z fizyki jądrowej – okresu trwania oddziaływań silnych w zderzeniach hadronów. Z kolei masa Plancka jest  $10^{19}$  razy większa od masy protonu, a planckowska gęstość masy o blisko 80 rzędów wielkości przewyższa gęstość materii w ciężkich jądrach atomowych. Energia Plancka jest w przybliżeniu równa energii kinetycznej samolotu o masie 60 ton lecącego z prędkością 900 km/h. Aby uzmysłowić sobie czym taka energia jest dla pojedynczej cząstki elementarnej, proponujemy Czytelnikowi, by obliczył następującą wielkość. Z jednego miejsca, równocześnie i w tym samym kierunku emitowany jest elektron (który jest cząstką punktową) z energią  $E_p$  oraz foton o bardzo krótkiej fali, który zatem też można traktować jak cząstkę punktową. O jaką odległość foton wyprzedzi elektron w czasie równym wiekowi Wszechświata, czyli w ciągu 10 mld lat?

Fakt, że jednostki planckowskie w rażący sposób nie pasują do żadnego znanego zjawiska fundamentalnego sprawił, iż na wiele lat poszły w zapomnienie. Dopiero w latach siedemdziesiątych XX wieku wysunięto hipotezę, że jednostki te określają skalę zjawisk kwantowej grawitacji. Przypuszcza się więc, że gdy dwie cząstki elementarne, każda o energii rzędu  $E_p$  (lub większej) zderzą się czołowo tak, że zbliżą się do siebie na odległość rzędu  $L_p$  lub mniejszą, to w przebiegu zachodzących tam oddziaływań istotną rolę odegra kwantowa grawitacja (pamiętajmy, że w opisie oddziaływań zachodzących przy zderzeniach cząstek o dużo mniejszej energii, sił grawitacyjnych w ogóle nie bierze się pod uwagę, bo są znikomo słabe). W pobliżu pierwotnej osobliwości przewidywanej przez OTW, gęstość materii, energie cząstek i krzywizna przestrzeni osiągały wartości planckowskie, zasadne jest więc przypuszczać, iż światem rządziła wówczas kwantowa grawitacja.

Aby uniknąć możliwych nieporozumień zrobimy tu uwagę o ważności teorii fizycznych w ogóle. Fizyka fundamentalna i kosmologia są ze sobą bardzo silnie związane, bowiem najwcześniejszy Wszechświat to naturalna dziedzina teorii fundamentalnych. Omawiając wczesne ery jego historii będziemy parokrotnie stwierdzać, że w pewnym momencie określona teoria zaliczana do grupy teorii fundamentalnych „przestaje obowiązywać”, a na jej miejsce wchodzi inna, prostsza teoria. Stwierdzenie to jest skrótem myślowym, a raczej tylko nazwą dla procesu redukcjonowania teorii bardziej podstawowej do teorii węższej, lecz

prostszej. Proces ten, zwany też procesem *emergencji* jednych teorii z innych, ma charakter swoistego przejścia granicznego i jest procesem bardzo skomplikowanym. Za to jego sens jest łatwo zrozumiały. Teorie fundamentalne zawsze obowiązują, lecz na ogół są trudne i niewygodne w zastosowaniu. Teorie węższe mają z definicji relatywnie do tamtych wąski zakres stosowności, za to są łatwe i wygodne w użyciu. Gdy chcemy opisać ruch samochodu na szosie, to nie ma wątpliwości, że rządzi nim prawa mechaniki kwantowej i teorii względności (szczegółnej i ogólnej). Zarazem użycie ich do samochodu byłoby kiepskim pomysłem: wiemy, że w tym przypadku opis kwantowomechaniczny (niezmiernie skomplikowany) da się sprowadzić do ruchu nierelatywistycznej bryły sztywnej podległej dynamice newtonowskiej, a wśród sił działających na samochód mamy newtonowską siłę ciężenia. Podobnie, gdy chcemy wyjaśnić zasadę działania aparatu fotograficznego, czy choćby okularów, nie odwołujemy się do teorii fundamentalnej, jaką jest tu elektrodynamika kwantowa, lecz do optyki geometrycznej. Dokładnie w tym sensie będziemy przechodzić od teorii podstawowych do teorii prostszych, z którymi jesteśmy bardziej oswojeni.

O erze kwantowej grawitacji wiarygodnie nie wiemy nic. Nie wiemy, czy rzeczywiście efekty kwantowe likwidują pierwotną osobliwość, a jeśli tak, to co ją zastępuje. W sposób czysto umowny liczymy czas od „punktu zero”, którym według OTW jest osobliwość Wielkiego Wybuchu – w kwantowej grawitacji nie ma czasu takiego, jaki znamy z STW i OTW. Zgodnie z tą umową przypuszcza się, że era kwantowej grawitacji trwała przez okres rzędu  $t_p$ , czyli około  $10^{-43}$  s. Po tym czasie gęstość materii spadła – wskutek ekspansji przestrzeni – poniżej gęstości Plancka, a jej temperatura obniżyła się poniżej  $T_p$ . Oczywiście w kwantowej czasoprzestrzeni nie można mówić dosłownie (ani też w prostej przenośni) ani o ekspansji przestrzeni, ani o równowadze termicznej. Co by się tam nie działo, to „w pewnym momencie” (nie jest to termin adekwatny, lecz język fizyki jak dotąd nie ma lepszego określenia) musiało się zdarzyć coś, co spowodowało, że procesy kwantowej grawitacji ustały i Kosmosem zaczęły rządzić znane nam prawa fizyki. Zdarzenia tego nie potrafimy określić inaczej niż zmaleniem gęstości materii, ciśnienia i temperatury poniżej wielkości planckowskich. W następstwie (logicznym, a nie czasowym) tego zdarzenia znikła tajemnicza czasoprzestrzeń kwantowa, a jej miejsce zajmuje „klasyczna” czasoprzestrzeń podlegająca OTW i opisana modelami Friedmanna, pojawia się w niej kosmiczny czas, a przestrzeń ekspanduje. Wszechświat rozpoczyna ewolucję klasyczną.

## 28. Era wielkiej unifikacji

Jest to pierwsza era, w której istnieje zwykła (niekwantowa) czasoprzestrzeń i obowiązuje teoria Einsteina. Zgodnie ze wspomnianą konwencją, era ta zaczyna się mniej więcej w  $10^{-43}$  s od zdarzenia, które klasycznie interpretujemy jako Wielki Wybuch i trwa krótko, do mniej więcej  $t \approx 10^{-34}$  s. W tym czasie gęstość materii spada od  $10^{92} \text{ g cm}^{-3}$  do  $10^{74} \text{ g cm}^{-3}$ , a temperatura o 5 rzędów wielkości – od  $10^{32} \text{ K}$  do  $10^{27} \text{ K}$ . Wartości te są daleko poza zasięgiem znanych i akceptowanych teorii fizycznych, toteż przypuszcza się, że materia podlegała wówczas prawom wynikającym z teorii będących obecnie w centrum badań fizyków teoretyków, takich jak np. teoria supersymetrycznych strun w wielowymiarowych czasoprzestrzeniach. Żadna z tych teorii nie jest jeszcze na tyle rozwinięta, by można było – a przede wszystkim, by warto było – ją tu przedstawiać. Ponieważ teorie te należy stosować (tzn. różnią się od modelu standardowego cząstek elementarnych) przy takich energiach cząstek, które przypuszczalnie występowały w tej erze, a są to energie nieosiągalne w ziemskich akceleratorach, ten okres historii Wszechświata jest dla fizyków bardzo interesujący.

Nazwa tej ery bierze się stąd, że są podstawy by sądzić, iż przy energiach cząstek powyżej  $10^{14} \text{ GeV}$  (a są to energie termiczne cząstek w tym okresie) trzy oddziaływania fundamentalne: silne, słabe i elektromagnetyczne, mają jednakowe natężenie i są opisane jednolitą teorią zwaną *teorią wielkiej unifikacji*. Grawitacja, opisana einsteinowską OTW, do wielkiej unifikacji nie wchodzi. Słaby rozwój teorii unifikujących sprawia, że nie potrafimy podać bardziej szczegółowego opisu zachodzących wówczas zjawisk; do dyspozycji jest za to mnóstwo hipotez. Bardziej wiarygodne jest jedynie przypuszczenie, że w tej erze zaszły dwa ważne dla kosmologii procesy.

Po pierwsze, na początku tej ery zapewne zachodziła przez krótki czas tzw. „inflacyjna ewolucja Wszechświata”. Czym jest kosmiczna inflacja i dlaczego budzi wielkie zainteresowanie fizyków i kosmologów, powiemy później. Po drugie, obowiązujące wówczas prawa fizyki musiały spowodować, że dziś możemy istnieć w postaci ciał zbudowanych z atomów, a nie w formie rojowiska swobodnie rozbiegających się fotonów – mianowicie wytworzyły nieznaczną nadwyżkę protonów (i neutronów) nad antyprotonami. Co było wcześniej nie wiemy, natomiast pod koniec ery wielkiej unifikacji uformował się stan asymetryczny: na każde kilka miliardów par barion-antybarion pojawił się jeden niesparowany barion (przypomnijmy, że w kosmologii bariony to nukleony, czyli protony i neutrony). Ściślej mówiąc, wtedy nie było jeszcze barionów, tylko ich składniki, swobodne kwarki, toteż powstała drobna nadwyżka kwarków nad antykwarkami.

Wątpliwe jest, by przez całą tę erę materia była w postaci jednorodnej plazmy o określonej (i malejącej z czasem) temperaturze. Po pierwsze dlatego,

iż jest mało prawdopodobne, by materia wyłoniła się w tej postaci z ery kwantowej grawitacji. Drugą przyczyną jest to, że kosmiczna inflacja rozcieńczyła pierwotną materię do stanu, w którym nie ma sensu mówić o równowadze termicznej. Jak zobaczymy później, inflacja zatarła wszelkie ślady po tym, co zdarzyło się wcześniej i uruchomiła procesy, które wykreowały niejednorodną przestrzennie plazmę cząstek elementarnych – uważa się, że materia, z której Wszechświat składa się obecnie, powstała pod koniec inflacji (oczywiście poszczególne cząstki elementarne nie przetrwały od tamtych czasów do dziś, bowiem wielokrotnie ulegały przemianom podczas zderzeń, natomiast przetrwała materia jako taka). W plazmie „nowej” materii musiał zadziałać jakiś czynnik zaburzający przez pewien czas równowagę termiczną, bowiem bez jej naruszenia nie jest możliwe wytworzenie nadwyżki kwarków nad antykwarkami. Po trzecie wreszcie, utrzymanie równowagi termicznej nawet w tak gęstej materii było trudne, bowiem Wszechświat ewoluował wówczas bardzo szybko. Według modeli Friedmanna kosmiczny czynnik skali  $R$  podwajał się w czasie rzędu odwrotności parametru Hubble’a. Rzeczywiście, jeżeli przyrost czynnika skali jest  $\Delta R \approx R$ , to

$$\frac{\Delta R}{R} \approx \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \Delta t \approx 1,$$

czyli okres, w którym następuje podwojenie wszystkich odległości (przez co gęstość spada osiem razy) jest równy  $\Delta t \approx 1/H$ ; jest to relacja ogólnie słuszna, nie tylko we wczesnym Wszechświecie. We wczesnym Wszechświecie

obowiązują wzory (7), więc  $H = \frac{1}{2t}$  i  $\Delta t$  jest niemal równe wiekowi Wszech-

świata. Przy energiach powyżej  $10^{16}$  GeV (którym, przy założeniu, że jest równowaga termiczna, odpowiadają temperatury powyżej  $10^{29}$  K) wzór (35) pokazuje, że Wszechświat podwajał swoje rozmiary w czasie krótszym od  $10^{-38}$  s. Przy tak szybkim spadku gęstości plazmy jedynie bardzo intensywne oddziaływania cząstek mogły utrzymywać makroskopowe porcje plazmy w równowadze. W ramach obecnie przyjętych teorii oraz w oparciu o teorie wielkiej unifikacji można podać argumenty, że przy typowych energiach cząstek przekraczających  $10^{16}$  GeV, ich oddziaływania były zbyt mało intensywne, by utrzymać równowagę termiczną.

Przypuszczalnie dopiero pod koniec ery wielkiej unifikacji plazma zdołała osiągnąć równowagę termiczną i jej parametry w tym momencie utworzyły warunki początkowe dla dzisiejszego Wszechświata.

## 29. Era kwarkowo-gluonowa

Poczynając od tej ery obowiązują teorie, do których mamy większe zaufanie. Niestety nie wynika stąd, że potrafimy wyprowadzić z nich szczegółowy opis wszystkich zachodzących wówczas zjawisk. Pierwszym powodem jest fakt, że teorie te nie są zakończone i istnieją w wielu wersjach, niejednokrotnie silnie różniących się między sobą. Tutaj konsekwentnie posługujemy się modelem standardowym cząstek, sformułowanym do około 1975 r., natomiast wśród fizyków od szeregu lat popularne są próby znacznego rozszerzenia go, mające rozmaite konsekwencje kosmologiczne. Druga przyczyna tkwi w tym, że nie potrafimy ściśle rozwiązać równań modelu standardowego i w rezultacie ilościowy opis niektórych zjawisk jest nam niedostępny.

Akurat w erze kwarkowo-gluonowej nie działo się nic ciekawego; tak przynajmniej sugeruje model standardowy cząstek. Ta era też była krótka jak na standardy fizyki cząstek, trwała bowiem około  $10^{-12}$  s. W tym czasie temperatura zdążyła spaść od  $10^{27}$  K do  $10^{16}$  K (co odpowiada energiom termicznym cząstek rzędu 1000 GeV), a gęstość plazmy zmalała z  $10^{74}$  do  $10^{30}$  g cm<sup>-3</sup>. Wartości te, chociaż niewyobrażalnie wielkie w stosunku do najgęstszej materii jaką znamy dziś – do jąder atomowych – należy traktować dosłownie, bowiem z modelu standardowego wynika, że plazma była wtedy w równowadze termicznej.

W tak gęstej plazmie oddziaływania cząstek były intensywne. Były one dwóch typów: silne i elektroślabe, bowiem obowiązujące w poprzedniej erze hipotetyczne teorie wielkiej unifikacji zredukowały się, przy aktualnych energiach, do modelu standardowego. (Grawitacja przez cały czas jest traktowana oddzielnie i jej jedynym efektem jest ekspansja Wszechświata zgodnie z modelami Friedmanna.) Model ten składa się z dwu części: teorii oddziaływań elektroślabyh (zwanej *modelem Weinberga-Salama*) oraz teorii oddziaływań silnych, zwanej *chromodynamiką kwantową* (ang. skrót QCD). Według pierwszej z nich, przy energiach, jakie cząstki miały w tej erze, dwa oddziaływania, które przy niższych energiach wydają się całkiem odmienne, mianowicie elektromagnetyczne i słabe (odpowiedzialne m. in. za rozpady cząstek nietrwałych), były zunifikowane i tworzyły jedno oddziaływanie, zwane *elektroslabym*. Nośnikami tego oddziaływania, czyli kwantami pola elektroślabeego, są cztery cząstki o spinie 1, zwane *bozonami pośredniczącymi*: foton  $\gamma$ , naładowane bozony  $W^+$  i  $W^-$  (które są wzajemnie antycząstkami) oraz neutralny bozon  $Z^0$ , który jest swoją własną antycząstką (podobnie jak foton). Według QCD z kolei, cząstkami elementarnymi oddziałującymi silnie są kwarki. Jest 6 kwarków oznaczanych pierwszymi literami ich nazw angielskich: u, d, s, c, t oraz b. Ponadto każdy z tych kwarków jest „kolorowy” i występuje w jednym z trzech „kolorów”; razem jest więc 18 rodzajów kwarków i każdemu rodzajowi kwarku odpowiada różny od niego antykwark. Oczywiście „kolor” kwarków i gluonów nie

ma nic wspólnego z barwą w sensie optycznym. „Kolor” to pewna wewnętrzna liczba kwantowa, która przyjmuje 3 wartości. (Niestety fizycy amerykańscy, którzy tę wielkość wprowadzili, nie wysilili się na nadanie jej oryginalnej i nie budzącej mylnych skojarzeń nazwy.) Oddziaływanie silne kwarków ma jeszcze więcej nośników niż oddziaływanie elektroślabe: kwantami tego pola jest 8 różnych kolorowych gluonów, jak foton pozbawionych masy i jak on identycznych ze swoją antycząstką.

Oddziaływania silne kwarków, przenoszone gluonami, mają jedną właściwość całkowicie odróżniającą je od oddziaływań elektroślabyh, grawitacyjnych i innych znanych sił w przyrodzie. Przyzwyczajiliśmy się i wydaje się wręcz oczywiste, że siła działająca między dwoma ciałami jest duża, gdy są blisko i maleje wraz ze wzrostem wzajemnej odległości. Oddziaływania silne są wyjątkiem. Dwa kwarki przyciągają się słabo, gdy są blisko siebie, natomiast wiążąca je siła jest mocna, gdy są odległe. (Tu i dalej należy odróżniać siłę słabą lub silną w sensie jej wartości od oddziaływań słabych i silnych.) Bariony (nukleony) zbudowane są z 3 kwarków; gdy chcemy wydobyć jeden kwark z protonu, to w miarę odsuwania go jest on coraz mocniej przyciągany przez dwa pozostałe i trzeba dostarczać coraz więcej energii, by go oddalić. Efektem końcowym tego dostarczania energii nie jest pojawienie się pojedynczego swobodnego kwarku, lecz kreacja pary proton-antyproton. Nie ma pojedynczych kwarków, podobnie jak nie ma oddzielnych biegunów magnetycznych: przecięcie magnesu daje dwa nowe magnesy, a nie dwa rozdzielone bieguny.

Kwarki oddziałują silnie i elektroślabo, lecz o własnościach plazmy kwarkowej decydują siły silne. W erze kwarkowo-gluonowej gęstość materii była tak olbrzymia, że kwarki były ściśnięte dużo bardziej niż w zwykłych jądrach atomowych i odległości między nimi były dużo mniejsze niż we wnętrzu protonu czy neutronu. Paradoksalnym efektem tego gigantycznego zgniecenia było uzyskanie przez nie swobody: będąc tak blisko siebie przyciągały się bardzo słabo i nie tworzyły obiektów związanych – barionów. Im większy ścisk, tym swobodniej przemieszczały się kwarki, wolne od więzów pojawiających się w rzadszej plazmie. Kosmiczna materia była więc jednorodną niezróżnicowaną plazmą kwarków i leptonów oraz kwantów ich oddziaływań: gluonów i bozonów pośredniczących. Co bardzo ważne, słabość oddziaływań silnych sprawiała, że z dużą dokładnością tę niezwykle gęstą plazmę można traktować jak gaz doskonały, zatem stosował się do niej opis termodynamiczny podany w paragrafie 25. Rzeczywiście świat był wówczas bardzo prosty.

Przez całą erę kwarkowo-gluonową Wszechświat rozszerzał się równomiernie, a wypełniający go gaz doskonały stygł zgodnie ze wzorem (33). Aby móc jawnie wyliczyć zależność temperatury i gęstości od czasu i odwrotnie, należy znać liczbę efektywnych stanów spinowych cząstek  $N(T)$ , wzór (32). Obliczenie jej jest elementarne. W tej erze wszystkie cząstki elementarne mo-

delu standardowego są relatywistyczne. Rozważmy pewien typ cząstek obejmujący kilka rodzajów cząstek, np. kwarki lub neutrino. Liczba stanów spinowych cząstek danego typu jest:

$$g = (\text{liczba rodzajów cząstek danego typu}) \times (2, \text{ gdy cząstki różnią się od antycząstek, lub } 1, \text{ gdy cząstki są tożsame z antycząstkami}) \times (\text{liczba spinowych stanów cząstek danego rodzaju}).$$

Kwarki (oznaczane ogólnie literą  $q$ ). Jest  $6 \times 3$  rodzajów kwarków oraz tyle samo rodzajów antykwarków, każdy kwark ma masę i spin  $1/2$ , ma więc 2 stany spinowe. Zatem  $g_q = 6 \times 3 \times 2 \times 2 = 72$ . Ponieważ kwarki są fermionami, więc odpowiadająca im liczba efektywnych stanów spinowych jest równa  $N_q = \frac{7}{8} g_q = 63$ .

Gluony ( $gl$ ). Jest 8 różnych gluonów tożsamych z antygluonami. Nie mają masy, a ich spin jest równy 1, są więc bozonami o 2 stanach spinowych. Stąd  $N_{gl} = g_{gl} = 8 \times 1 \times 2 = 16$ .

Bozony pośredniczące ( $bp$ ). Są to: foton  $\gamma$ , tożsamy ze swoją antycząstką, neutralny bozon  $Z^0$ , też tożsamy ze swoją antycząstką oraz naładowany bozon  $W$ , dla którego za cząstkę możemy przyjąć  $W^-$ , a za antycząstkę –  $W^+$  (lub na odwrót). Z powodów, których nie możemy tu omawiać, bozony  $Z$  i  $W$  mają tylko 2 stany spinowe, tak samo jak foton. Zatem ich wkład, w tej kolejności, jest  $N_{bp} = g_{bp} = 1 \times 1 \times 2 + 1 \times 1 \times 2 + 1 \times 2 \times 2 = 8$ .

Leptony ( $l$ ). Tą nazwą obejmuje się fermiony o spinie  $1/2$ , które nie oddziałują silnie, lecz tylko elektroslabo. Są to: elektrony ( $e^\pm$ ), miony ( $\mu^\pm$ ) i taony ( $\tau^\pm$ ) oraz odpowiadające im 3 rodzaje neutrino – elektronowe ( $\nu_e$ ), mionowe ( $\nu_\mu$ ) i taonowe ( $\nu_\tau$ ). Elektrony, miony i taony mają masę i 2 stany spinowe, a cząstki o przeciwnym znaku ładunku są ich antycząstkami, czyli  $g_e = 1 \times 2 \times 2 = 4$ ,  $g_\mu = 1 \times 2 \times 2 = 4$ ,  $g_\tau = 1 \times 2 \times 2 = 4$ . Według modelu standardowego neutrino nie mają masy, a każde neutrino i antyneutrino ma tylko jeden stan spinowy, zatem wkład neutrino jest  $g_\nu = 3 \times 2 \times 1$ . W sumie, liczba spinowych stanów leptonów jest  $g_l = 18$ , a ich efektywny wkład do  $N$  wynosi  $N_l = 15,75$ .

Łącznie, liczba efektywnych stanów spinowych tych cząstek jest równa  $N = 102,75$ . To jednak nie koniec. To, co mówiliśmy w paragrafie 25 o modelu standardowym odnosi się do cząstek elementarnych znanych z doświadczenia (w przypadku kwarków obserwuje się je pośrednio); wymieniliśmy je powyżej. Model standardowy wymaga, by przy energiach i temperaturach panujących w erze kwarkowo-gluonowej, oprócz tych cząstek istniały jeszcze 4 cząstki pozbawione spinu, zwane *bozonami Higgsa* (fizyk angielski, Peter W. Higgs, w latach sześćdziesiątych zeszłego wieku pokazał, jak ważną rolę cząstki te winny odgrywać dla ustalenia własności bozonów  $W$  i  $Z$ ). Są to cząstki ciężkie: szacuje się, że ich masy przekraczają  $100 \text{ GeV}/c^2$  i wykrycie ich znajduje się

na granicy możliwości aktualnie działających akceleratorów. Pomimo intensywnych poszukiwań, do końca 2004 r. nie znaleziono ich i dlatego wielkie nadzieje są związane z uruchomieniem akceleratora *Large Hadron Collider* w CERNie w Genewie. Jeżeli i on nie wykryje cząstek Higgsa, to model standardowy może mieć kłopoty. Jako cząstki o spinie 0 mają tylko jeden stan spinowy i razem dają wkład  $N_H = g_H = 4$ .

W sumie, w tej erze cząstki elementarne mają według modelu standardowego  $N = 106,75$  efektywnych stanów spinowych, czyli gęstość materii jest  $N/2$  razy większa niż gdyby składała się wyłącznie z fotonów. Przeważający wkład dają kwarki i gluony:  $\frac{63 + 16}{106,75}$ , czyli ich energia stanowi 74,00% całkowitej gęstości energii tego gazu.

### 30. Era bozonów pośredniczących

Rozciąga się od temperatury  $T \approx 10^{16}$  K, czyli od typowych energii cząstek  $k_B T \approx 1000$  GeV do  $5 \cdot 10^{14}$  K ( $k_B T = 50$  GeV). W tym okresie wiek Wszechświata wzrasta stukrotnie, od  $10^{-12}$  s do około  $10^{-10}$  s, a gęstość materii spada od  $10^{30}$  do  $10^{26}$  g cm<sup>-3</sup>. Nazwa tej ery jest myląca, bowiem w tym samym stopniu co w erze poprzedniej dominują kwarki i gluony. Erę tę wprowadza się, by uwydatnić ważne wydarzenie, które wówczas zaszło: rozpad jednolitego dotąd oddziaływania elektroslabego na dwa różne oddziaływania, znane z dzisiejszego świata – elektromagnetyczne (przenoszone fotonami) oraz krótkozasięgowe oddziaływanie słabe, którego nośnikami są bozony  $W^\pm$  i  $Z^0$ . Przebieg i charakter tego zjawiska są nadal słabo znane.

Przy energiach powyżej 200 GeV kosmiczna plazma jest bardzo podobna do plazmy w poprzedniej erze, jest tylko odpowiednio rzadsza i chłodniejsza. W okresie, gdy energia termiczna cząstek plazmy spada od 200 do 100 GeV, oddziaływania słabe i elektromagnetyczne rozdzielają się. Powodem jest oddziaływanie bozonów Higgsa z bozonami pośredniczącymi  $W^\pm$  i  $Z^0$ , czego efektem jest radykalna zmiana fizycznych własności cząstek  $W$  i  $Z$ . Niestety nic więcej nie możemy tutaj o tym powiedzieć.

Pod koniec tej ery, gdy energie termiczne zmniejszają poniżej 100 GeV, plazma składa się z cząstek ultrarelatywistycznych oraz takich, które stopniowo stają się nierelatywistyczne; te ostatnie to bozony pośredniczące  $W^\pm$  i  $Z^0$  oraz jedyny istniejący teraz bozon Higgsa. To, że z czterech bozonów Higgsa w erze kwarkowo-gluonowej zrobił się teraz jeden, jest ważnym elementem procesu przemiany własności cząstek  $W^\pm$  i  $Z^0$ . Skoro omówienie tej przemiany tutaj nie jest możliwe, skoncentrujemy się na ustaleniu kiedy te bozony stały się nierelatywistyczne. W tym celu wyrażamy masy cząstek w jednostkach energii, zgodnie ze wzorem  $E = mc^2$ . Masa cząstek  $W$  jest w tych jednostkach równa

80,4 GeV/ $c^2$  lub, odwołując się do równoważności masy i energii, po prostu 80,4 GeV. Neutralna cząstka  $Z^0$  jest nieco cięższa, 91,2 GeV, zaś hipotetyczny bozon Higgsa ma zapewne masę przekraczającą 100 GeV. Zatem w przedziale energii od 100 do 50 GeV te trzy rodzaje cząstek stają się nierelatywistyczne. Era bozonów pośredniczących kończy się anihilacją par W, Z i H, a pozostałe niesparowane bozony szybko rozpadają się, są bowiem nietrwałe.

### 31. Era hadronowa

Trwa od  $T \approx 50 \text{ GeV} \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ K}$  do  $T \approx 100 \text{ MeV} \approx 10^{12} \text{ K}$ , czyli od  $10^{-10} \text{ s}$  do około  $10^{-4} \text{ s}$ . W ciągu tej 0,1 milisekundy gęstość materii maleje od  $10^{26}$  do około  $10^{16} \text{ g cm}^{-3}$ , czyli do wartości nieco większej od gęstości dużych jąder atomowych.

Plazma składa się teraz z kwarków, gluonów, fotonów oraz leptonów; w porównaniu z okresami wcześniejszymi ubyli bozony W, Z i H. Liczba efektywnych stanów spinowych zmalała zatem o prawie 10 i jest równa  $N = 96,75$ . Te relatywistyczne cząstki plazmy działają na siebie trzema odmiennymi rodzajami sił: elektromagnetycznymi, silnymi oraz słabymi (które podobnie jak w dzisiejszym świecie mają bardzo krótki zasięg – mniejszy niż średnica protonu).

Na początku ery hadronowej plazma jest wciąż na tyle gęsta, tzn. kwarki są tak ciasno upakowane, iż działające między nimi siły jądrowe są tak małe, że kwarki mogą się przemieszczać niemal swobodnie. Oznacza to, że plazma jest prawie gazem doskonałym, do którego możemy stosować prosty opis termodynamiczny. Główny wkład do gęstości energii tego gazu dają, jak poprzednio, kwarki i gluony; w tym okresie ich udział wzrósł do 79/96,75 czyli do 81,7%.

W miarę ochładzania się i rozrzedzania materii, odległości między kwarkami narastały, a z nimi rosły siły wzajemnego przyciągania. Gdy temperatura zmalała poniżej 10 GeV, siły te stały się tak mocne, że kwarki stopniowo przestały być swobodne. Plazma kwarkowo-gluonowa w tym okresie nie jest już gazem doskonałym. Nie oznacza to, że plazma wypadła z równowagi termicznej – przeciwnie, prędkość rozszerzania się Wszechświata była już tak mała, a intensywność oddziaływań w plazmie tak duża, że z utrzymaniem równowagi nie było kłopotu. Natomiast nie stosowały się wzory od (28) do (31) i temperatura plazmy nie wyznaczała gęstości jej energii. Równanie stanu, określające zależność ciśnienia od gęstości energii i innych parametrów plazmy, stało się bardzo skomplikowane i niewiele o nim wiemy. W rezultacie nie znamy dokładnie tempa ewolucji ówczesnego Wszechświata. Ta trudność i następne wynikają z faktu, że nie potrafimy ściśle rozwiązać równań chromodynamiki kwantowej.

Im niższa temperatura, tym mniej wiemy co działo się w erze hadronowej. W tzw. „okresie przejściowym” ( $100 \text{ MeV} < T < 10 \text{ GeV}$ ) przypuszczalnie naj-

pierw ubywało rodzajów kwarków. Masy kwarków są ogromnie zróżnicowane. Kwarki  $u$  i  $d$ , z których zbudowane są protony i neutrony, są lekkie: ich masy (niedokładnie znane) są w przedziale między 1 MeV a 10 MeV. Masę kwarku  $s$  ocenia się na 100 MeV. Pozostałe kwarki są bardzo ciężkie: kwark  $c$  ma masę około 1 GeV (nieco większą od masy nukleonu), kwark  $b$  – masę około 4 GeV, a kwark  $t$  – aż 180 GeV. Ponieważ swobodne kwarki nie istnieją pojedynczo, lecz tylko w gęstej (i przez to gorącej) plaźmie kwarkowej, ich masy nie mają dokładnie tego samego sensu fizycznego, co masy cząstek, które mogą istnieć pojedynczo, np. elektronów. Przypuszcza się, że powyższe masy, wyznaczone eksperymentalnie w złożony sposób, są zbliżone do mas, jakie kwarki miały w kosmicznej plaźmie na początku tej ery (i wcześniej). Te masy nie określały jednak w sposób jednoznaczny zachowania się kwarków w okresie przejściowym. Pomijając z konieczności szczegóły, powiemy tylko, że kwarkom  $u$  i  $d$ , gdy tylko zostaną „uwięzione” jako składniki nukleonów i innych hadronów, przypisuje się zupełnie inną, dużo większą masę – masę kwarku zależy od sytuacji fizycznej, w jakiej się on znajduje i nie jest mu dana raz na zawsze. Jest to nowość, odległa od wszystkiego, do czego dotychczas byliśmy przyzwyczajeni w fizyce.

Kwarki  $t$  przypuszczalnie anihilowały pod koniec ery bozonów pośredniczących. W omawianym okresie przejściowym zapewne kolejno anihilowały i wypadły z gry kwarki  $b$  i  $c$ . Mniej więcej w tym samym czasie anihilowały najcięższe leptony, czyli taony ( $m_\tau = 1,777$  GeV).

Pod koniec okresu przejściowego, czyli pod koniec ery hadronowej, zachodzi bardzo ważny proces: plazma kwarków i gluonów przekształca się w plazmę hadronów, czyli silnie oddziałujących cząstek złożonych (zbudowanych z kwarków) – mezonów i nukleonów. (Uwaga terminologiczna. W fizyce cząstek *barionami* nazywa się nukleony i mnóstwo innych cięższych od nich hadronów o spinie półowkowym. W kosmologii „bariony” to tylko nukleony, bowiem cięższe hadrony nie odgrywają w niej roli. Aby uniknąć nieporozumień, w opisie historii wczesnego Wszechświata będziemy odtąd mówić o nukleonach, a nie o barionach.) Siły przyciągania między coraz odleglejszymi kwarkami stają się tak duże, iż wiążą się one w hadrony. Fizycy bardzo chcieliby poznać szczegółowo przebieg tego procesu, jednak przy obecnie dostępnych metodach obliczeniowych w QCD jest to bardzo trudne.

Popularna hipoteza (wciąż odległa od potwierdzenia lub obalenia) głosi, że połączenie się kwarków i gluonów w hadrony nastąpiło w ustalonej temperaturze, tzw. „temperaturze krytycznej chromodynamiki kwantowej”, której wartość leży pomiędzy 150 a 200 MeV. Według niej proces ten miał charakter zbliżony do przejścia fazowego, tj. przypominał przemianę pary wodnej w ciekłą wodę. Nawet ta hipoteza nie jest w stanie odpowiedzieć na ważne pytania. Czy najpierw anihilowały pary kwark-antykwar, a potem resztkowe (niesparowane)

kwarki połączyły się w nukleony i mezony? Czy też na odwrót: najpierw powstały hadrony i antyhadrony, a potem większość z nich uległa anihilacji?

Bardziej wiarygodny jest tylko końcowy efekt tego tajemniczego procesu. Niezależnie od tego, na jakim jego etapie zaszła anihilacja, na końcu pojawiają się nieliczne nukleony – w proporcji jeden nukleon na kilka miliardów kwarków istniejących na początku tej ery. Wkład nukleonów do całkowitej gęstości energii plazmy jest znikomy i zupełnie nie ma wpływu na prędkość rozszerzania się Wszechświata. Tak będzie przez dużą część dalszej historii wczesnego Wszechświata. Nukleony są nierelatywistyczne, bowiem ich masa (prawie 940 MeV) jest pięć razy większa od typowej energii termicznej w temperaturze krytycznej.

Wielokrotnie więcej niż nukleonów powstaje *mezonów*, czyli hadronów o spinie całkowitym. Prawie wyłącznie są to najlżejsze z nich – mezony  $\pi$  (w skrócie „piony”), mające spin 0: naładowane piony  $\pi^\pm$  o masie 139,6 MeV oraz piony neutralne  $\pi^0$  o masie 135 MeV. W momencie powstania (tj. w temperaturze krytycznej) w wyniku połączenia się dwóch kwarków (np.  $\pi^+$  składa się z kwarku  $u$  i antykwarku  $d$ ), mezony te są relatywistyczne, więc równie łatwo powstają jak i giną w oddziaływaniach silnych i jest ich dużo. Piony dominują wśród hadronów powstałych z kwarków i dają znaczący wkład do całkowitej gęstości energii kosmicznej materii.

Proces łączenia się kwarków w nukleony i mezony trwał około  $10^{-5}$  s, czyli bardzo długo jak na zjawiska sterowane oddziaływaniami silnymi, dla których typowa skala czasowa to  $10^{-23}$  s.

Era hadronowa kończy się, gdy piony stają się nierelatywistyczne. Cząstki te znikają wówczas szybko: część w wyniku anihilacji par, a reszta wskutek szybkiego rozpadu (piony naładowane żyją około  $10^{-8}$  s, a  $\pi^0$  – zaledwie  $10^{-16}$  s). Jedynymi cząstkami silnie oddziałującymi, jakie przeżywają, są nieliczne nierelatywistyczne nukleony. Dadzą o sobie znać dopiero po wielu tysiącach lat.

## 32. Era leptonowa

Przedostatnia, szósta era obejmuje przedział czasu od około  $10^{-4}$  s do około 1 s po Wielkim Wybuchu. W ciągu tej jednej sekundy temperatura maleje od 100 MeV do 1 MeV, a gęstość plazmy obniża się do około  $0,9 \cdot 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ , czyli wartości dużo mniejszej od gęstości jąder atomowych. W tej erze jedyne istniejące hadrony – nukleony – nie odgrywały żadnej roli.

Na początku ery leptonowej stają się nierelatywistyczne i anihilują najcięższe z istniejących dotąd leptonów – miony, bowiem  $m_\mu = 105,7 \text{ MeV}$  (jak pamiętamy, dużo cięższe od nich leptony tau zniknęły w pierwszej połowie okresu przejściowego ery hadronowej). Cząstkami ultrarelatywistycznymi, licznymi i pozostającymi w równowadze ze swoimi antycząstkami, są teraz już tylko fo-

tony, elektrony i 3 gatunki neutrin. Elektrony i fotony oddziałują elektromagnetycznie i słabo, a neutrina oddziałują między sobą i z pozostałymi cząstkami siłami słabymi. Oddziaływania te są na tyle intensywne, by stale zapewniać plazmie równowagę termiczną w ekspandującej przestrzeni, a zarazem tak mało intensywne, że ponownie zaczyna obowiązywać dla niej przybliżenie gazu doskonałego, wzory (28) – (35). Świat znowu staje się prosty. Liczba niezależnych stanów spinowych cząstek jest teraz równa

$$g_\gamma = 2, \quad g_l = 2 \times 2 + 3 \times 2 \times 1 = 10,$$

gdzie  $l$  oznacza leptony. Wynika stąd, że liczba efektywnych stanów spinowych jest równa  $N(T) = 10,75$  i zmalała dziesięciokrotnie w porównaniu z erą kwarkowo-gluonową. Cząstkami dominującymi są leptony, bowiem ich wkład do gęstości energii jest równy  $8,75/10,75$  czyli 81,4 procent.

Zupełna prostota ówczesnego świata psuje się trochę pod koniec tej ery: plazma rozszczepia się na dwie niezależne składowe, które przestrzennie przenikają się wzajemnie i nakładają, lecz nie oddziałują ze sobą. Powodem jest osłabnięcie oddziaływań słabych wskutek rozrzedzenia się i ochłodzenia plazmy. Przyjrzyjmy się temu dokładniej. Przez cały czas (tj. co najmniej od początku ery kwarkowo-gluonowej) konkurują ze sobą dwa przeciwstawne procesy. Oddziaływania między cząstkami prowadzą do osiągnięcia przez plazmę stanu równowagi z ustaloną temperaturą. Ekspansja przestrzeni rozrzedza plazmę i obniża jej temperaturę. Ściślej mówiąc, rozprężająca się adiabatycznie (nie ma żadnych przepływów ciepła) plazma traci równowagę i potrzebuje pewnego czasu, by wrócić do niej w niższej temperaturze. Jeżeli Wszechświat rozszerza się niezbyt szybko, a cząstki oddziałują intensywnie, to zanim odległości między nimi znacznie wzrosną i naruszenie równowagi stanie się duże, zostaje ona niemal przywrócona. Ewolucja kosmicznej plazmy to ciąg minimalnie naruszonych stanów równowagi termicznej o coraz niższych temperaturach. To właśnie mieliśmy na myśli mówiąc, że materia jest w stanie równowagi z malejącą w sposób ciągły temperaturą. Dotychczas oddziaływania wygrywały z ekspansją (były szybsze) i w powyższym sensie materia była w równowadze niepełnej.

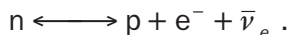
W erze leptonowej ekspansja była dużo wolniejsza niż w erach wcześniejszych – okres, w którym następowało podwojenie wszystkich odległości, dany odwrotnością parametru Hubble’a, był rzędu sekundy. W jeszcze większym stopniu zmalało natężenie oddziaływań słabych, jedynych sił, jakimi neutrina oddziałują między sobą oraz z elektronami i fotonami. Gdy temperatura obniżyła się poniżej 10 MeV, oddziaływania słabe zaczęły stopniowo przegrywać z ekspansją i utrzymanie niepełnej równowagi w gazie neutrinowym stało się coraz trudniejsze. Elektrony i fotony były mocno ze sobą sprzężone siłami elektromagnetycznymi, natomiast neutrina stopniowo uwalniały się od

kontaktu z nimi i między sobą i poruszały się coraz bardziej swobodnie, jak gdyby były w próżni. Proces ten trwał do końca ery leptonowej, czyli blisko sekundę. Pod koniec tej ery, przy energiach termicznych rzędu 1 MeV ( $\approx 10^{10}$  K) oddziaływania słabe praktycznie ustają i neutrino ostatecznie odłączają się od elektronów i fotonów. Odtąd Wszechświat wypełniony jest gazem swobodnych neutrin oraz plazmą elektronów i fotonów. Gaz neutrin (złożony z trzech ich rodzajów) bardzo przypomina dzisiejsze elektromagnetyczne promieniowanie reliktowe: jest gazem bezmasowych cząstek swobodnych, mającym termiczne widmo energii (neutrino są fermionami, więc rozkład ich liczby w zależności od pędu lub energii dany jest wzorem (24), a nie wzorem Plancka (12)) i nie oddziałuje z materią. Neutrino są swobodne, więc nie oddziałują również między sobą – jak fotony promieniowania reliktowego. W momencie odłączenia od reszty materii neutrino miały widmo termiczne z tą samą temperaturą co elektrony i fotony. Dalsza ewolucja gazu neutrinowego jest niezależna od pozostałej materii. Takim samym rozumowaniem, jakie stosuje się do promieniowania reliktowego (nie podawaliśmy go) dowodzi się, że w toku kosmicznej ewolucji gaz neutrinowy zachowuje pierwotnie wytworzone widmo energii, czyli że pozostaje w równowadze termicznej w swojej własnej temperaturze  $T_\nu$ . Temperatura gazu neutrinowego maleje w miarę rozszerzania się przestrzeni w tym samym tempie jak temperatura plazmy elektronowo-fotonowej, tj.  $T_\nu R = \text{const}$ . Ponieważ w momencie odłączenia neutrin ich temperatura  $T_\nu$  była temperaturą plazmy  $T_\gamma$ , więc i później zachodzi równość  $T_\nu(t) = T_\gamma(t)$ , mimo że gaz neutrin nie oddziałuje z plazmą.

Trzeba jeszcze powiedzieć co w erze leptonowej działo się z nukleonami, bowiem dla nas są to cząstki najważniejsze. Protony oddziaływały elektromagnetycznie z elektronami i fotonami, siłami słabymi z neutrinami oraz siłami jądrowymi (silnymi) z neutronami, a neutrony oddziaływały słabo z neutrinami. Zapewniało to równowagę termiczną nukleonów z resztą materii. W pierwszej części ery leptonowej energie zderzających się cząstek były tak duże, iż często dochodziło do wzajemnych przemian protonów i neutronów w reakcjach



lub rzadziej



Dwustronne strzałki oznaczają, że reakcje te mogły biec w obu kierunkach. Jednak przemiany protonów w neutrony nie zachodziły równie często jak przemiany odwrotne. Neutron jest nieznacznie cięższy od protonu: różnica ich mas jest równa  $\Delta m = m_n - m_p = 1,293 \text{ MeV}$ . Różnica ta jest ponad dwukrotnie większa od energii spoczynkowej (masy) elektronu,  $m_e = 0,511 \text{ MeV}$ . Wynika

stąd, że zderzająca się para neutron-neutrino elektronowe może mieć dowolnie małą energię kinetyczną, by przekształcić się w proton i elektron, natomiast para  $e^-$  i  $p$  musi mieć energię kinetyczną większą od 1,3 MeV, by zamienić się w neutron i neutrino elektronowe.

W fizyce statystycznej dowodzi się, że w stanie równowagi termicznej cząstek lżejszych, w tym przypadku protonów, jest więcej niż cząstek cięższych. Jeżeli przez  $n_p$  oznaczmy gęstość liczby protonów, a przez  $n_n$  – gęstość liczby neutronów, to w temperaturze  $T$  stosunek obu gęstości jest

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp\left(-\frac{c^2 \Delta m}{k_B T}\right). \quad (36)$$

Przez prawie całą erę leptonową oddziaływania słabe są na tyle intensywne, że reakcje przemiany protonów w neutrony przebiegają w obu kierunkach i obojętnie relacja (36), tzn. neutrony są w równowadze z protonami. Ponieważ na jej początku  $k_B T$  jest dużo większe od  $\Delta mc^2$ , więc neutronów jest prawie tyle samo co protonów. Pod koniec tej ery, gdy  $k_B T \approx 1 \text{ MeV}$ , typowe energie elektronów i neutrin są zbyt małe, by wytworzyć neutron z protonu i reakcje przeważnie biegą w stronę przemiany neutronów w protony. Jednak dopóki oddziaływania słabe między cząstkami nie wygasną (co zachodzi przy temperaturze tego rzędu), nieliczne cząstki o energiach wyższych niż przeciętne umożliwiają zachodzenie reakcji odwrotnych i równowagowy wzór (36) pozostaje słuszny, pokazując, że neutronów jest kilka razy mniej niż protonów. Proton jest cząstką trwałą, natomiast swobodne neutrony rozpadają się (jako składnik jądra atomowego neutron jest trwały, bowiem oddziaływania silne z pozostałymi nukleonami stabilizują go) – ich średni czas życia jest równy 886 s. Zatem oprócz przemiany neutronu w proton w wyniku zderzenia z pozytonem lub neutrinem elektronowym, mamy reakcję rozpadu  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ . Era leptonowa trwała zbyt krótko, by reakcja rozpadu miała wpływ na liczebność neutronów w tym okresie. Stanie się ona ważna w następnej erze.

### 33. Era radiacyjna

Ostatnia era obejmuje prawie cały okres wczesnego Wszechświata. Zaczyna się mniej więcej w jedną sekundę po Wielkim Wybuchu, gdy temperatura była  $T \approx 1 \text{ MeV} \approx 10^{10} \text{ K}$ , a materia miała gęstość około  $9 \cdot 10^5 \text{ g cm}^{-3}$ . Trwa kilkaset tysięcy lat i w tym czasie kosmiczna materia rozrzedza się około  $10^{27}$  razy, a jej temperatura spada do paru tysięcy stopni.

Na początku tej ery materia składa się z elektronów, neutrin, ich antycząstek i fotonów oraz znikomej domieszki nukleonów. Neutrina są całkowicie odłączone od reszty materii i poruszają się swobodnie w dość gęstej

plazmie elektronów i fotonów. Temperatura gazu neutrinowego pokrywa się z temperaturą pozostałej materii.

Równość  $T_\nu = T_\gamma$  nie utrzymuje się długo. Po upływie około 3 sekund, gdy temperatura spadnie poniżej  $T \approx 0,5 \text{ MeV} \approx 6 \cdot 10^9 \text{ K}$ , elektrony stają się nie-relatywistyczne i zaczyna się anihilacja par  $e^+ e^-$ . Proces ten trwa dopóki temperatura nie obniży się do około  $0,1 \text{ MeV} \approx 10^9 \text{ K}$ . Anihilację przeżywają bardzo nieliczne elektrony, mniej więcej jeden na  $10^{10}$  par  $e^+ e^-$ , bowiem jak mówiliśmy w paragrafie 25, dziś elektronów jest tyle samo co protonów i Wszechświat jest elektrycznie obojętny. Anihilacja każdej pary daje dwa fotony,  $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ . Fotony z anihilacji zwiększają gęstość liczby fotonów, a ponieważ liczba anihilujących elektronów jest w przybliżeniu równa liczbie istniejących już fotonów, ten wzrost jest niemal dwukrotny. Dodatkowe fotony, niosące w przybliżeniu energię anihilacji, tj. około  $0,5 \text{ MeV}$ , zaburzają termiczne początkowo widmo gazu fotonowego (wzór Plancka przestaje obowiązywać), jednak szybko, w wyniku zderzeń z pozostałymi elektronami i pozytonami, fotony te „termalizują się”, tzn. dopasowują się do widma Plancka. Jak wiemy (wzór (14)), gęstość liczby fotonów promieniowania termicznego jest wprost proporcjonalna do  $T^3$ , zatem wzrost liczby fotonów powoduje wzrost jego temperatury. W rzeczywistości, ponieważ anihilacja trwała przez czas rzędu minuty i Wszechświat zdążył się w tym czasie znacznie rozszerzyć i ochłodzić, fotony z anihilacji nie podniosły temperatury materii, lecz spowodowały szybkość jej ochładzania się. Podczas anihilacji relacja  $T_\gamma R = \text{const}$  *nie obowiązywała* i nie znamy zależności temperatury od czasu, natomiast pozostawał słuszny związek (7) pomiędzy gęstością masy i czasem. Swobodne neutrino nie przejęły żadnej części energii anihilacji i dla nich związek  $T_\nu R = \text{const}$  *jest stale słuszny*, więc ich energia i temperatura malały szybciej niż w gazie fotonowym. Gdy anihilacja się kończy w temperaturze  $T_\gamma \approx 0,1 \text{ MeV}$ , gaz neutrinowy jest już chłodniejszy. Efekt ten jest ważny, bowiem określa, które cząstki – fotony czy neutrino – dawały większy wkład do gęstości energii w erze radiacyjnej. Wyliczenie różnicy temperatur obu gazów jest elementarne, zobacz Aneks 33.1. Okazuje się, że w momencie zakończenia anihilacji temperatura gazu fotonowego jest o 40% wyższa od temperatury neutrin (wzory (37) do (39) znajdują się w Aneksie 33.1),

$$T_\gamma = \left( \frac{N_i}{N_f} \right)^{1/3} T_\nu = \left( \frac{11}{4} \right)^{1/3} T_\nu \approx 1,401 T_\nu , \quad (40)$$

gdzie  $N_i = \frac{11}{2}$  jest liczbą efektywnych stanów spinowych przed anihilacją, tj. w gazie elektronowo-fotonowym, a  $N_f = 2$  jest liczbą tych stanów po anihila-

cji, czyli w gazie złożonym wyłącznie z fotonów. Od tego momentu gaz fotonowy i gaz neutrin pozostają oddzielnie w równowadze termicznej z temperaturami malejącymi według prawa  $T_\gamma R = \text{const}$  oraz  $T_\nu R = \text{const}$ , zatem stosunek temperatur pozostaje niezmienny do chwili obecnej,

$$T_\gamma(t) \approx 1,401 T_\nu(t) .$$

W dzisiejszym świecie oprócz relikтового promieniowania elektromagnetycznego istnieje też termiczne reliktowe promieniowanie neutrinowe, równomiernie wypełniające całą przestrzeń kosmiczną i rozbiegające się we wszystkich kierunkach. Wykrycie tego promieniowania jest przy obecnych technikach eksperymentalnych niemożliwe – potrafimy rejestrować jedynie neutrina o dużo wyższych energiach. Ze znajomości aktualnej temperatury reliktowych fotonów,  $T_{\gamma 0} = 2,725\text{K}$ , wnioskujemy, że gaz reliktowych neutrin ma temperaturę (oczywiście przy założeniu, że są one bezmasowe)

$$T_{\nu 0} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_{\gamma 0} \approx 1,945\text{K} .$$

Po zakończeniu anihilacji elektronów, tzn. dla temperatur niższych od 0,1 MeV, całkowita gęstość energii kosmicznej materii jest równa

$$\rho c^2 = \rho_\gamma c^2 + \rho_\nu c^2 = aT_\gamma^4 + \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} \times 6 aT_\nu^4 = aT_\gamma^4 + \frac{21}{8} \times \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} aT_\gamma^4 .$$

Temperaturę fotonową będziemy oznaczać, jak poprzednio, po prostu  $T$ , zatem

$$\rho c^2 = \frac{a}{2} \left[ 2 + \frac{21}{4} \times \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} \right] T^4 \approx \frac{a}{2} \times 3,363 T^4 . \quad (41)$$

Pierwszy składnik sumy odpowiada fotonom, drugi – neutrinom. Przeważający wkład dają fotony: 2/3,363 czyli 59,5%; stąd też nazwa tej ery. Swoją przewagę fotony zawdzięczają temu, że ich gaz jest gorętszy od gazu neutrin.

Należy podkreślić, że rozumowania powyżej i poniżej zakładają, iż neutrina nie mają masy, są więc zawsze ultrarelatywistyczne. Obecnie przeważa pogląd, że cząstki te mają masę, zatem pod koniec ery radiacyjnej lub później stają się nierelatywistyczne. Ich wkład do ciemnej materii jest niewielki,  $\Omega_{\nu m} \geq 0,003$  i musi się ona składać głównie z cząstek dotąd nieznanych. Ponieważ nie znamy mas neutrin, a jedynie ograniczenia od góry na ich wartość, ilościowe oszacowanie wpływu ich mas na tempo ewolucji Wszech-

świata nie jest proste i trzeba wykonać obliczenia podobne do tych zawartych w tekście zaawansowanym w dalszej części tego paragrafu. Jeżeli masa któregoś z rodzajów neutrin jest tak duża, iż cząstki te stają się nierelatywistyczne już w erze radiacyjnej, to ich obecność skraca czas trwania tej ery.

W jakieś kilkadziesiąt sekund po tym, jak zniknęły ostatnie pary  $e^+ e^-$ , rozpoczął się niezwykle ważny proces, zwany *pierwotną nukleosyntezą*: neutrony połączyły się z protonami tworząc jądra najlżejszych pierwiastków chemicznych, najczęściej jądra helu. Wszechświat miał wówczas kilka minut. Nukleosyntezę opisujemy w następnym rozdziale.

Przez następne tysiące lat nie działo się nic interesującego. Kosmiczna materia składała się prawie wyłącznie z dwóch nieoddziałujących ze sobą gazów idealnych o temperaturach różnych, lecz pozostających w stałym do siebie stosunku. Do każdego z nich stosowały się odpowiednio wzory (28) do (30), a do obu łącznie – wzory (7) i (33) – (35). Przez liczne tysiąclecia Wszechświat był prosty i jednostajnie rozszerzał się i ochładzał. Tę prostotę nieznacznie psuła obecność trzeciej składowej materii: drobnej ilości nierelatywistycznych nukleonów i elektronów. W tym okresie nukleony i elektrony były nieistotną dynamicznie domieszką, bowiem ich gęstość energii była zbyt mała, by wywierać wpływ na tempo ewolucji Wszechświata. Fotony tak często zderzały się z elektronami i nukleonami (oraz lekkimi jądrami), że cząstki te cały czas były w równowadze termicznej z nimi.

W miarę ekspansji Wszechświata gęstość energii fotonów i neutrin malała proporcjonalnie do  $T^4 \propto R^{-4}$ , a nierelatywistycznych nukleonów, jąder i elektronów spadała nieco wolniej, jak  $R^{-3}$ . Z upływem czasu względny wkład nukleonów do całkowitej gęstości stale narastał. (Mówimy o względnym wkładzie, bowiem gęstości wszystkich składników materii malały monotonicznie.) Po kilkuset (lub kilkadziesiąciu – zobacz dalej) tysiącach lat gęstości energii nukleonów oraz fotonów i neutrin zrównały się. To był koniec ery radiacyjnej. Moment ten możemy teraz wyznaczyć dokładniej niż zrobiliśmy to w paragrafie 26.

Łączną gęstość energii gazów fotonowego i neutrinowego oznaczamy  $\rho_r c^2$ , jest ona dana wzorem (41); gęstość nukleonów (elektrony można pominąć, bowiem gęstość ich energii jest zawsze ponad 1000 razy mniejsza niż nukleonów) oznaczamy, jak poprzednio,  $\rho_B c^2$ . Z rozważań paragrafu 26 wiemy, że  $\rho_B$  jako funkcja parametru przesunięcia ku czerwieni zmienia się jak

$$\rho_B(t) = (z + 1)^3 \rho_{B0}, \quad (42)$$

gdzie aktualna wartość gęstości nukleonów jest

$$\rho_{B0} = \Omega_{B0} \rho_{kr0} = 1,879 \cdot 10^{-29} \Omega_{B0} h^2 \text{ g cm}^{-3}.$$

Ponieważ  $T/T_0 = R_0/R = 1 + z$ , dla gazu fotonów i neutrin mamy

$$\rho_r(t) = \frac{3,363}{2c^2} (1+z)^4 a T_0^4.$$

Wielkość  $aT_0^4 = 0,260 \text{ eV cm}^{-3}$  jest obecną wartością gęstości energii  $\rho_\gamma c^2$  promieniowania relikowego i po podzieleniu przez  $c^2$  daje odpowiadającą jej gęstość masy  $\rho_{\gamma 0} = 4,642 \cdot 10^{-34} \text{ g cm}^{-3}$ . Zatem

$$\rho_r = \frac{3,363}{2} (1+z)^4 \rho_{\gamma 0}; \quad (43)$$

obecność neutrin powoduje pojawienie się mnożnika  $3,363/2$  w porównaniu z odpowiednim wzorem dla fotonów, paragraf 26. Koniec ery radiacyjnej,  $z = z_k$ , jest wyznaczony równością  $\rho_B(z_k) = \rho_r(z_k)$ , z której wynika

$$1 + z_k = \frac{3,363}{2} \frac{\rho_{B0}}{\rho_{\gamma 0}}$$

i podstawiając wartości liczbowe dostajemy

$$1 + z_k = 2,41 \cdot 10^4 \Omega_{B0} h^2. \quad (44)$$

Era radiacyjna kończy się przy temperaturze

$$T_k = (1 + z_k) T_0 = 6,55 \cdot 10^4 \Omega_{B0} h^2 \text{ K} = 5,64 \Omega_{B0} h^2 \text{ eV}. \quad (45)$$

Całkowita gęstość materii w tym momencie jest

$$\begin{aligned} \rho(z_k) &= \rho_r(z_k) + \rho_B(z_k) = 2\rho_B(z_k) \equiv 2d = \\ &= 2(1 + z_k)^3 \rho_{B0} = 5,20 \cdot 10^{-16} (\Omega_{B0} h^2)^4 \text{ g cm}^{-3}. \end{aligned} \quad (46)$$

Wprowadziliśmy tu wielkość  $d$  równą gęstości energii materii nierelatywistycznej w chwili zrównania, która będzie nam potrzebna dalej. Wyznaczenie końca ery radiacyjnej w czasie jest teraz łatwe. Stosujemy wzór (35). Z wyjątkiem pierwszych kilkudziesięciu sekund, relatywistyczna materia składa się z fotonów i neutrin i liczba efektywnych stanów spinowych jest  $N \cong 3,363$ . Podstawiając tę wartość oraz końcową temperaturę  $T_k$  w (35) otrzymujemy

$$t_k \approx 4,15 \cdot 10^{10} (\Omega_{B0} h^2)^{-2} \text{ s} \approx 1,3 \cdot 10^3 (\Omega_{B0} h^2)^{-2} \text{ lat}. \quad (47)$$

Dla  $\Omega_{B0} \approx 0,45$  oraz  $h \approx 0,7$  czas trwania ery radiacyjnej jest około 2,6 mln lat. Wynik ten jest dwukrotnie mniejszy od wartości wyliczonej w paragrafie 26, lecz nadal jest zawyżony, bowiem nie uwzględniliśmy pra-

widłowo nukleonów. Z równania Friedmanna widać, że im wyższa jest gęstość kosmicznej materii, tym większy jest parametr Hubble'a  $H$ , czyli tym szybciej Wszechświat się rozszerza. Równanie (35) uwzględnia tylko cząstki ultrarelatywistyczne; obecność nukleonów sprawia, że prędkość ekspansji jest większa niż wynika ze wzorów (7) i (31), zatem gęstość fotonów i neutrin wcześniej zmalała do wartości  $\rho_r(z_k) = d$  niż to przewiduje wzór (47).

Uwzględnienie nukleonów nieco komplikuje rachunki, lecz nie nadmiernie; podajemy je w Aneksie 33.2. Okazuje się, że wiek Wszechświata  $t_k$  w momencie zakończenia ery radiacyjnej jest o około 22% krótszy od wartości podanej w (47) i jest równy

$$t_k \approx 3,22 \cdot 10^{10} (\Omega_{B0} h^2)^{-2} \text{ s} . \quad (48)$$

Ze wzorów (44) – (48) widzimy, że wszystkie wielkości charakteryzujące materię w momencie zakończenia ery radiacyjnej są funkcjami parametru  $\Omega_{B0} h^2$ . Definiując koniec tej ery założyliśmy, że jedynymi cząstkami nierelatywistycznymi były w niej nukleony, czyli pominęliśmy tajemniczą niebarionową materię ciemną i jeszcze bardziej tajemniczą ciemną energię. O tej drugiej w tej erze niewiele da się powiedzieć, możemy natomiast oszacować wpływ materii ciemnej na czas trwania ery radiacyjnej. Koniec tej ery definiujemy równością  $\rho_r = \rho_m$ , gdzie  $\rho_m$  jest gęstością wszelkiej materii nierelatywistycznej w tym momencie. Dwa skrajne przypadki otrzymujemy utożsamiając  $\rho_{m0} = \Omega_{M0} \rho_{kr0}$  albo z  $\rho_{B0}$ , czyli tylko z nukleonami, albo z  $\rho_{M0}$  czyli z całą materią (nukleony i cząstki materii ciemnej).

W 2003 r. przyjmowane były następujące wartości:

$\Omega_{B0} \approx 0,045$  (nukleony świecące i ciemne),  $\Omega_{M0} \approx 0,3$  (wszelka materia nierelatywistyczna, głównie materia ciemna),  $h \approx 0,7$  ( $h = 0,71$  według analizy wyników pomiarów satelity WMAP). Tym skrajnym wartościom odpowiadają poniższe wartości parametrów opisujących koniec wczesnego Wszechświata.

|                   | $\Omega_{m0} = \Omega_{B0} \approx 0,045$                   | $\Omega_{m0} = \Omega_{M0} \approx 0,3$                     |
|-------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| $\Omega_{m0} h^2$ | 0,022                                                       | 0,15                                                        |
| $1 + z$           | 530                                                         | 3600                                                        |
| $T_k$             | 1440 K                                                      | 9800 K                                                      |
| $t_k$             | $6,63 \cdot 10^{13} \text{ s} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ lat}$ | $1,45 \cdot 10^{12} \text{ s} = 4,6 \cdot 10^4 \text{ lat}$ |
| $\rho_k$          | $1,23 \cdot 10^{-22} \text{ g cm}^{-3}$                     | $2,66 \cdot 10^{-19} \text{ g cm}^{-3}$                     |

Jaki faktycznie wpływ miała materia ciemna na długość ery radiacyjnej, zależy od mas jej cząstek składowych. Przy wyprowadzeniu wzoru (48) w aneksie 33.2 założyliśmy, że przez cały okres badanej ewolucji jedne cząstki były relatywistyczne, a pozostałe – nierelatywistyczne, tzn. że żadne cząstki nie doznawały anihilacji par, gdy ich energia termiczna była bliska energii spoczynkowej. Fotony i neutrino są zawsze relatywistyczne, a nukleony stały nierelatywistyczne już pod koniec ery hadronowej, tj. przed upływem pierwszej sekundy. W przypadku materii ciemnej mogło być rozmaicie.

Jeżeli cząstki materii ciemnej są ciężkie, tzn. mają masę protonu lub większą, to stały się nierelatywistyczne w erze hadronowej i dalej zachowywały się jak nukleony, tzn. dawały taki sam skutek jak gdyby zamiast nich były nukleony. Ponieważ  $\Omega_{M0}/\Omega_{B0} \approx 7$ , więc cząstek tych nie ma dużo, najwyżej siedem razy więcej niż nukleonów. W konsekwencji era radiacyjna kończy się, gdy  $\rho_r = \rho_m \approx 7d$  i trwa krótko, około 50000 lat.

Jeżeli materia ciemna składa się z cząstek lekkich, to sprawa staje się bardziej złożona. Skoro o tej materii nie wiemy prawie nic, to możemy wysuwać dowolne hipotezy i wyniki będą zależeć od przyjętego modelu fizycznego dla niej. Rozpatrzmy model najprostszy: jest tylko jeden rodzaj cząstek materii ciemnej, cząstki różnią się od antycząstek, spin jest równy  $1/2$ , zatem każda cząstka ma dwa stany spinowe. Im te cząstki są lżejsze, tym głębiej w erze radiacyjnej stały się nierelatywistyczne. Niech ich masa będzie  $m_D c^2 = 10$  eV (50000 razy mniejsza od masy elektronu). Te cząstki stały się nierelatywistyczne w temperaturze  $k_B T_D \approx 116000$  K, której odpowiada chwila  $t_D$ . Wcześniej cząstkami relatywistycznymi są fotony, neutrino i materia ciemna (cząstki cięższe, takie jak nukleony i elektrony, anihilowały w większości i wypadły z gry w ciągu pierwszych stu sekund, można je więc tu pominąć). Liczba efektywnych stanów spinowych fotonów i neutrin jest 3,363, a materii ciemnej (która w tym modelu jest fermionowa) jest  $N_D = \frac{7}{8} \times 1 \times 2 \times 2$ , razem  $N \approx 6,863$ . Wzór (35) daje dla temperatury 10 eV wartość  $t_D = 9,2 \cdot 10^9$  s  $\approx 300$  lat. Gdyby materii ciemnej nie było, to temperatura spadłaby do 116000 K w czasie nieco dłuższym,  $t_D \approx 430$  lat.

Stosunek gęstości liczby cząstek materii ciemnej  $n_D$  do gęstości liczby nukleonów nie zmienia się w czasie od momentu zakończenia anihilacji tej pierwszej i jest równy

$$\frac{n_D}{n_B} = \frac{(\Omega_{M0} - \Omega_{B0})\rho_{kr0}}{m_D} \cdot \left( \frac{\Omega_{B0}\rho_{kr0}}{m_p} \right)^{-1} = \frac{m_p}{m_D} \left( \frac{\Omega_{M0}}{\Omega_{B0}} - 1 \right) \approx 5,6 \cdot 10^8.$$

Stąd wyliczamy stosunek  $n_D$  do gęstości liczby fotonów reliktowych  $n_\gamma$ . Ze wzoru (20), biorąc górną granicę wartości  $\eta$ , znajdujemy

$$\frac{n_D}{n_\gamma} = \frac{n_D}{n_B} \cdot \frac{n_B}{n_\gamma} \approx 0,3.$$

Przed anihilacją, gdy cząstki materii ciemnej są relatywistyczne, gęstość ich liczby zależy od potencjału chemicznego, którego nie znamy. Możemy z grubsza przyjąć, że ich liczba jest porównywalna z liczbą fotonów. Po anihilacji wartość  $n_D$  maleje do  $0,3n_\gamma$ , co oznacza, że na każde kilka par cząstka-antycząstka przypadła jedna cząstka (lub antycząstka) niesparowana, która przeżyła anihilację. Również sam proces anihilacji i jego skutki zależą od modelu fizycznego ciemnej materii, np. od tego, czy była w równowadze termicznej z gazem fotonowym. Jeżeli była, to skutki tej anihilacji są podobne do skutków anihilacji elektronów na początku tej ery. Po pierwsze, anihilacja trwała dopóki temperatura gazu fotonowego nie zmalała z 10 eV do około 2–3 eV. Ze wzoru (35) można oszacować, że spadek ten trwał dłużej, niż gdyby anihilacji nie było i temperaturę 2 eV = 23000 K Wszechświat osiągnął mając 10000 lat (w przeciwnym razie spadek trwałby około 7000 lat). Po drugie, fotony z anihilacji materii ciemnej „podgrzały” tylko gaz fotonowy, zatem istniejąca już (od czasu anihilacji elektronów) różnica temperatur fotonów i neutrin powiększyła się. W rozpatrywanym modelu dostaje się  $\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{2/3} \approx 1,96$ , czyli obecnie neutrina mają temperaturę  $T_{\nu,0} \approx 1,4$  K. Niższa temperatura neutrin powoduje, że w dalszej części ery radiacyjnej promieniowanie (fotony i neutrina) ma mniejszą liczbę efektywnych stanów spinowych (porównaj wzór (41)), czyli mniejszą gęstość energii w danej temperaturze. Natomiast cząstki nierelatywistyczne (nukleony i materia ciemna) mają w tym okresie gęstość taką jak w poprzednim przypadku, tj.  $\rho_m = (z+1)^3 \rho_{M0}$  gdzie  $\rho_{M0} = \Omega_{M0} \rho_{kr0}$  z  $\Omega_{M0} \approx 0,3$ . Zatem zrównanie obu gęstości nastąpi wcześniej, w wyższej temperaturze, niż gdyby cząstki materii ciemnej były ciężkie i ewentualna ich anihilacja zaszła dużo wcześniej. W omawianym modelu w momencie zakończenia ery radiacyjnej mamy:

$$z_k \approx 5200, T_k \approx 14000 \text{ K}, \rho_k \approx 7,7 \cdot 10^{-19} \text{ g cm}^{-3} \text{ oraz } t_k \approx 26000 \text{ lat.}$$

Liczb tych nie należy traktować zbyt dosłownie, bowiem zależą od własności fizycznych ciemnej materii; w innym modelu mogą być odmienne. Słuszny jest tylko ogólny wniosek: *obecność ciemnej materii bardzo skraca erę radiacyjną. Jeżeli cząstki materii ciemnej są ciężkie, to czas jej trwania (czyli okres wczesnego Wszechświata) jest około 46000 lat. Jeżeli jej cząstki są bardzo lekkie, mają masę około 10 eV, to długość ery radiacyjnej jest podobna, a przy pewnych własnościach tych cząstek może być parę razy mniejsza.*

Kwestii długości ery radiacyjnej poświęciliśmy sporo miejsca, by pokazać, jak bardzo uzależniona jest od fizycznych własności kosmicznej materii. Trzeba jednak powiedzieć, że definicja końca tej ery (równość  $\rho_r = \rho_m$ ) jest konwencją: bezpośrednimi obserwacjami wyznaczyć się go nie da, a fizycznie w tym momencie nie działo się nic szczególnego.

Fizycznie wyróżniony jest moment „ostatniego rozproszenia” – czas, gdy fotony przestały oddziaływać z nielicznymi już swobodnymi elektronami i neutralny gaz wodorowy stał się dla nich przezroczysty. Wcześniej fotony były wielokrotnie emitowane i pochłaniane przez elektrony (w polu elektrostatycznym protonów). Fotony wyemitowane po raz ostatni przez elektrony biegną odtąd

swobodnie w przestrzeni i po kilkunastu miliardach lat niektóre z nich zostaną złapane przez radioteleskopy jako promieniowanie reliktowe. „Widzimy” więc końcową fazę rekombinacji wodoru.

### 34. Rekombinacja

Proces łączenia się swobodnych elektronów z protonami w neutralne atomy wodoru był powolny i trwał setki tysięcy lat, tyle bowiem czasu zajęło Wszechświatowi ochłodzenie się od temperatury 6000 K, gdy powstała zauważalna liczba atomów, do 3000 K, kiedy to zdecydowana większość atomów zrekombinowała i proces można uznać za zakończony.

W znacznie wyższych temperaturach zrekombinowaniu uległy atomy helu, w których elektrony są dużo silniej związane z jądrem niż w atomie wodoru. Ponieważ w erze radiacyjnej jeden atom helu przypadał na około 10 swobodnych protonów (do dziś proporcja ta niewiele wzrosła), atomy te nie odegrały większej roli i nie będziemy ich w ogóle brać pod uwagę – będziemy rozważać wyłącznie swobodne protony i atomy wodoru.

Niech w danej temperaturze  $n_p$  będzie gęstością liczby swobodnych protonów, a  $n_H$  – gęstością liczby atomów wodoru, wówczas gęstość liczby wszystkich protonów jest  $n = n_p + n_H$ . Wszechświat jest elektrycznie obojętny, zatem gęstość liczby swobodnych elektronów  $n_e$  jest równa gęstości swobodnych protonów,  $n_e = n_p$ . *Stopniem jonizacji* nazywamy stosunek liczby swobodnych elektronów do liczby wszystkich protonów:

$$X_e \equiv \frac{n_e}{n} = \frac{n_p}{n} = \frac{n_p}{n_p + n_H}.$$

W stanie równowagi liczba swobodnych elektronów, protonów i atomów H nie zmienia się w czasie. Nie oznacza to zastoju, lecz to, że liczba aktów rekombinacji równa jest liczbie aktów jonizacji zachodzących w tym samym czasie. Niech  $P$  będzie prawdopodobieństwem zajścia rekombinacji  $p + e \rightarrow H + \gamma$ . Definiujemy je następująco: liczba aktów rekombinacji w jednostce objętości w ciągu 1 s jest wprost proporcjonalna do liczby  $n_p$  swobodnych protonów (i elektronów), współczynnik proporcjonalności (który jest nie większy od 1) jest prawdopodobieństwem rekombinacji  $P$ . Podobnie definiujemy prawdopodobieństwo jonizacji  $Q$  atomu wodoru przez foton,  $H + \gamma \rightarrow p + e$ : liczba aktów jonizacji w jednostce objętości i czasu jest równa  $Q n_H$ . Niech w pewnej chwili będzie  $n_p$  swobodnych protonów i  $n_H$  atomów. Po upływie 1 s liczba atomów będzie  $N_H = n_H - Q n_H + P n_p$ , a liczba swobodnych protonów będzie  $N_p = n_p - P n_p + Q n_H$ . W stanie równowagi musi być  $N_H = n_H$ , zatem

$P/Q = n_H/n_p$ . Stosunek ten wyrażamy za pomocą stopnia jonizacji  $X_e$ . Z jego definicji mamy  $n_p = X_e(n_p + n_H)$ , stąd wyliczamy  $n_p$ ,

$$n_p = \frac{X_e n_H}{1 - X_e}, \quad \text{zatem} \quad \frac{P}{Q} = \frac{1 - X_e}{X_e}.$$

Jeżeli ułamek  $X_e$  jest bliski 0, tzn. prawie wszystkie atomy uległy rekombinacji, to prawdopodobieństwo  $P$  połączenia się nielicznych elektronów z protonami jest dużo większe niż prawdopodobieństwo jonizacji licznych atomów. Oznacza to, że energie termiczne elektronów i protonów są takie, że cząstkom tym łatwo jest się związać, natomiast w promieniowaniu termicznym w tej temperaturze jest mało fotonów o energiach wystarczających do zjonizowania neutralnych atomów. We wzorze określającym zależność stopnia jonizacji od temperatury kluczową wielkością jest energia wiązania  $B$  atomu wodoru, zdefiniowana jako suma energii spoczynkowych protonu i elektronu, pomniejszona o energię spoczynkową neutralnego atomu H:

$$B \equiv (m_p + m_e - m_H) c^2 = 13,60 \text{ eV}$$

jest to tzw. stała Rydberga, równa (minus) energii stanu podstawowego atomu wodoru.

Zależność  $X_e(T)$  wynika z algebraicznego równania na stopień jonizacji wodoru w stanie równowagi termicznej:

$$\boxed{\frac{1 - X_e}{X_e^2} = C \eta \left( \frac{k_B T}{m_e c^2} \right)^{3/2} \exp\left( \frac{B}{k_B T} \right)}, \quad (49)$$

zwanego równaniem Sahy (Maghnad Saha (1893–1956), fizyk hinduski). Wyprowadzenie równania Sahy pominiemy, mimo że nie jest trudne. Tutaj  $C = 3,836...$  jest stałą liczbową, a  $\eta$  jest stosunkiem liczby nukleonów do liczby fotonów promieniowania relikтового. We wzorze (20) podaliśmy obserwacyjne ograniczenia na  $\eta$ , a teraz wyrazimy tę wielkość za pomocą parametru Hubble'a i parametru gęstości nukleonów  $\Omega_{B0}$ :

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} = \frac{n_{B0}}{n_{\gamma 0}}, \quad n_{B0} = \frac{\rho_{B0}}{m_p}, \quad n_{\gamma 0} = 411 \quad - \quad \text{jeżeli} \quad T_0 = 2,725 \text{ K}.$$

Stąd

$$\eta = 2,74 \cdot 10^{-8} \Omega_{B0} h^2. \quad (50)$$

Dla  $\Omega_{B0} \approx 0,045$  i  $h \approx 0,7$  dostajemy  $\Omega_{B0} h^2 \approx 0,022$  oraz  $\eta \approx 6,0 \cdot 10^{-10}$ . Z tymi wartościami liczbowymi i wyrażając temperaturę w kelwinach, równanie Sahy przyjmuje postać

$$\frac{1 - X_e}{X_e^2} = 1,59 \cdot 10^{-19} T^{3/2} \exp\left(\frac{1,58 \cdot 10^5}{T}\right). \quad (51)$$

Biorąc dodatni pierwiastek tego równania kwadratowego dostajemy

| $z + 1$ | $T$ (K) | $X_e$               |
|---------|---------|---------------------|
| 1600    | 4360    | 0,069               |
| 1450    | 3952    | 0,01                |
| 1400    | 3815    | $5,2 \cdot 10^{-3}$ |
| 1350    | 3679    | $2,5 \cdot 10^{-3}$ |
| 1300    | 3542    | $1,1 \cdot 10^{-3}$ |
| 1100    | 2998    | $2,2 \cdot 10^{-5}$ |

Koniec procesu rekombinacji jest kwestią umowną. W optyce atomowej za koniec rekombinacji plazmy w atomowy wodór przyjmuje się moment, gdy rekombinacji ulegnie 90% atomów, tzn. gdy  $X_e = 0,1$ . Dla plazmy w erze radiacyjnej daje to  $z > 1600$ . Część kosmologów uważa, że moment zwrotny w rekombinacji nastąpił dla

$$z_{rek} \approx 1300, \quad \text{co daje} \quad T_{rek} \approx 3500 \text{ K} \quad \text{i} \quad X_e \approx 10^{-3}.$$

Typowa energia kinetyczna elektronów jest (według klasycznej zasady ekwipartycji energii) równa  $\frac{3}{2} k_B T$  co dla  $T \approx 3500 \text{ K}$  daje wartość  $0,45 \text{ eV} \approx \frac{B}{30}$  gdzie  $B$  jest energią wiązania (a tym samym i jonizacji) atomu wodoru. Z kolei typowa energia fotonów, tzn. energia, przy której gęstość energii promieniowania termicznego (13) ma maksimum, jest równa  $\hbar \omega_m = 2,822 k_B T \approx 0,85 \text{ eV}$ . Rekombinacja dokonuje się więc *nie wtedy*, gdy fotony mają typową energię bliską energii wiązania 13,6 eV, lecz przy energii i temperaturze około 16 razy mniejszej. Powodem tego, że rekombinacja zachodzi skutecznie ( $X_e$  spada do  $10^{-3}$ ) dopiero dla energii kilkanaście razy mniejszych od energii jonizacji

wodoru, jest obecność małego współczynnika liczbowego ( $10^{-19}$ ) we wzorze (51); ten zaś wynika z faktu, że fotonów jest dużo więcej niż protonów,  $\eta \approx 6,0 \cdot 10^{-10}$ . Jego obecność powoduje, że gdy  $k_B T \approx B$  i wykładnik eksponenty w (51) jest bliski 1, to lewa strona tego równania jest znikomo mała, tzn.  $X_e \approx 1$  i prawie nie ma neutralnych atomów. Rekombinacja staje się znacząca, gdy lewa strona (51) jest rzędu 1 ( $X_e \approx 1/2$ ), czemu odpowiada  $T \approx 5000 \text{ K} \approx 0,43 \text{ eV}$  i  $B/k_B T \approx 32$ .

W temperaturze rekombinacji  $T_{rek} \approx 3500 \text{ K}$  gęstość liczby protonów jest  $n = n_B \approx 550 \text{ cm}^{-3}$ , natomiast fotonów o wszystkich możliwych energiach jest  $n_\gamma = 9,0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ . Ile jest fotonów o energii jonizacji  $\hbar\omega_B = B = 13,6 \text{ eV}$ ? Fotonów o ściśle określonej energii jest zero; jak wiemy z paragrafu 22, możemy jedynie obliczyć liczbę fotonów o częstotliwości leżącej w pewnym małym przedziale wokół  $\omega_B$ . Przedział ten jest wyznaczony przez ruchy termiczne atomów i swobodnych protonów. Wzór Plancka (12) jest słuszny w układzie spoczynkowym promieniowania termicznego. Protony i atomy poruszają się względem tego układu z prędkościami termicznymi; typowa prędkość  $v$  spełnia równanie

$$\frac{1}{2}m_p v^2 = \frac{3}{2}k_B T \quad \text{czyli} \quad v = \left( \frac{3k_B T}{m_p} \right)^{1/2}.$$

Zwykły efekt Dopplera sprawia, że foton, który w układzie własnym promieniowania ma częstotliwość  $\omega$ , w układzie spoczynkowym poruszającego się atomu ma częstość zależną od kierunku prędkości względnej obu układów i zawartą w przedziale od  $\omega - \delta\omega$  do  $\omega + \delta\omega$ , gdzie w przybliżeniu nierelatywistycznym (porównaj paragraf 12)

$$\frac{\delta\omega}{\omega} \approx \frac{v}{c} = \left( \frac{3k_B T}{m_p c^2} \right)^{1/2} \approx 3 \cdot 10^{-5} \quad \text{dla} \quad T = 3500 \text{ K}.$$

Zjawisko to nazywamy dopplerowskim rozszerzeniem („rozmyciem”) linii widmowych, bowiem zwykle obserwuje się, że fotony o ściśle określonej energii, emitowane w przejściach między różnymi poziomami w atomie (tworzące tzw. ostre linie widmowe), ulegają dopplerowskiemu przesunięciu częstości w wyniku termicznych ruchów atomów. Ze wzoru (12) wyliczamy, że liczba fotonów w jednostce objętości o częstotliwości w przedziale między  $\omega_B - \delta\omega_B$  i  $\omega_B + \delta\omega_B$  jest  $4,0 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-3}$ . Ponieważ  $X_e = 10^{-3}$ , więc prawie wszystkie protony doznały rekombinacji w atomy, których jest około  $550 \text{ cm}^{-3}$ . Fotonów o energii jonizującej  $B$  jest bardzo mało:  $4 \cdot 10^{-8} / 550 \approx 0,7 \cdot 10^{-10}$ , czyli 1 foton na 14 mld atomów. Nie ma zatem prostej korelacji między liczbą fotonów o energii jonizacji, a liczbą atomów zjonizowanych (tj. swobodnych protonów), równą  $n_p = X_e n_B \approx 1 \text{ cm}^{-3}$ ; obie liczby są zupełnie różne.

Rzeczywisty proces rekombinacji był bardziej złożony. Posługując się równaniem Sahy (49) uwzględnialiśmy tylko reakcję  $e + p \leftrightarrow H + \gamma$ , w której foton ma energię jonizacji  $13,6 \text{ eV}$ . Oznacza to, że zakładamy, iż elektron i proton

mogą tworzyć tylko dwa stany: stan, w którym są swobodne, oraz stan związany, będący atomem, w którym elektron jest na najniższym (podstawowym) poziomie energetycznym. Rzeczywisty atom wodoru ma ponadto nieskończenie wiele wzbudzonych stanów kwantowych, w których elektron ma większą energię, zatem do wybicia go z atomu wystarczy foton o energii mniejszej od  $B$ . Energia elektronu w  $n$ -tym stanie kwantowym jest

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad -E_1 = 13,60 \text{ eV} = B, \quad (52)$$

$\epsilon_0$  jest przenikalnością elektryczną próżni, a  $E_1$  jest energią poziomu podstawowego. Możliwe są 4 różne sytuacje.

- 1) Jeżeli połączenie się swobodnego elektronu i protonu prowadzi do powstania atomu w stanie podstawowym, to wyemitowany foton ma energię bliską  $B$  i szybko zjonizuje inny atom. W rezultacie liczba atomów nie zmienia się.
- 2) Jeżeli elektron i proton utworzą atom w stanie wzbudzonym o numerze  $n \geq 3$ , to energia potrzebna do zjonizowania go jest równa lub mniejsza od  $13,6/3^2 \approx 1,5 \text{ eV}$ . W temperaturze 3500 K fotonów o tej energii w przedziale od  $\omega - \delta\omega$  do  $\omega + \delta\omega$ , wynikającym z dopplerowskiego rozmycia linii  $\hbar\omega = 1,5 \text{ eV}$  jest dużo, około  $1,8 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$ , czyli na każdy atom lub swobodny proton przypada  $1,8 \cdot 10^7 / 550 \approx 3 \cdot 10^4$  fotonów. Wynika stąd, że atom silnie wzbudzony ( $n \geq 3$ ) zostanie bardzo szybko ponownie zjonizowany zanim zdąży przejść do stanu podstawowego.
- 3) Niech elektron i proton utworzą atom w pierwszym stanie wzbudzonym, tzn.  $n = 2$ . Przypomnijmy, że w fizyce atomowej stany kwantowe atomu numeruje się wartościami trzech liczb kwantowych: głównej liczby kwantowej  $n = 1, 2, \dots$ , liczby kwantowej krętu orbitalnego  $l = 0, 1, \dots, n-1$  oraz liczby kwantowej całkowitego krętu elektronu  $j$ , która przyjmuje dwie wartości,  $j = |l - 1/2|$  lub  $j = l + 1/2$  ( $1/2$  to oczywiście liczba kwantowa spinu elektronu). Dany stan kwantowy zapisuje się w postaci  $n l_j$ , przy czym dla wygody zapisu kolejne wartości liczby  $l$  oznacza się literami (wybór tych liter ma uzasadnienie w historii spektroskopii atomowej i pochodzi sprzed stu lat), tak więc  $l = 0, 1, 2, 3, \dots$  oznacza się S, P, D, F, ...  
 Załóżmy, że nowopowstały atom H jest w stanie  $2P_{1/2}$  ( $n = 2, l = 1, j = 1 - 1/2 = 1/2$ ) lub  $2P_{3/2}$  ( $j = 1 + 1/2$ ). Atom ten szybko przechodzi do stanu podstawowego  $1S_{1/2}$  ( $n = 1, l = 0, j = 0 + 1/2$ ) z emisją fotonu pierwszej linii serii Lymana (Theodore Lyman (1874–1954), fizyk amerykański, odkrył tę serię w 1906 r.). Linie widmowe tej serii powstają przy przejściu elektronu z  $n$ -tego poziomu energetycznego na poziom podstawowy, towarzyszy temu emisja fotonu o energii  $E_n - E_1 = E_n + B$ . Seria Lymana leży

w nadfiolecie. Pierwsza linia tej serii, zwana *Lyman  $\alpha$*  ( $\text{Ly } \alpha$ ) składa się z fotonów o energii  $\hbar\omega_\alpha = E_2 - E_1 = 10,2 \text{ eV}$  i odpowiada jej długość fali  $\lambda_\alpha = 1216 \text{ \AA} = 1,216 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$  ( $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$ ); ta linia ma w serii Lymana najdłuższą falę. W promieniowaniu termicznym przy  $T_{\text{rek}} = 3500 \text{ K}$  fotonów  $\text{Ly } \alpha$  jest niewiele: w przedziale wokół  $\omega_\alpha$  wywołanym dopplerowskim termicznym rozmyciem tej linii jest ich około  $1,4 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$  – dużo mniej niż swobodnych protonów ( $n_p \approx 1 \text{ cm}^{-3}$ ). Wynika stąd, że istniejące wówczas fotony o energii około  $10 \text{ eV}$  to prawie wyłącznie fotony pochodzące z przejścia  $\text{Ly } \alpha$  w atomach wodoru. Fotony te dołączają do promieniowania termicznego; ich wkład do całkowitej liczby fotonów jest znikomy, natomiast mają duży wpływ na atomy wodoru. Fotony o energii takiej jak te należące do linii  $\text{Ly } \alpha$  (tzn.  $10,2 \text{ eV}$ ) nazywamy *rezonansowymi*, bowiem bardzo łatwo są pochłaniane przez atomy w stanie podstawowym  $1\text{S}_{1/2}$  i wzbudzają je do stanu z  $n = 2$ . Z kolei w promieniowaniu termicznym jest dużo fotonów o energii  $3,4 \text{ eV}$  (w odpowiednim przedziale wynikającym z dopplerowskiego rozszerzenia linii jest ich około  $3,7 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$ ); ich energia wystarcza do zjonizowania atomu w tym stanie wzbudzonym. Zatem powstanie atomu w stanie  $2\text{P}_{1/2}$  lub  $2\text{P}_{3/2}$  powoduje zjonizowanie istniejącego już atomu wodoru. Proces rekombinacji pierwotnej plazmy we wczesnym Wszechświecie nie mógł więc zachodzić za pośrednictwem któregośkolwiek z tych trzech procesów: żaden z nich nie prowadził do zmniejszenia stopnia jonizacji  $X_e$  czyli wzrostu liczby neutralnych atomów. Rekombinacja dokonała się dzięki dość specyficznemu procesowi.

- 4) Atom wodoru powstaje w pierwszym stanie wzbudzonym i jest to stan  $2\text{S}_{1/2}$  ( $l = 0, j = 0 + 1/2$ ) – dla  $n = 2$  mamy łącznie 3 stany kwantowe: dwa z  $l = 1$  i jeden z  $l = 0$ . Jest to tzw. *stan metatrwały*: ten stan wzbudzony żyje bardzo długo w porównaniu z innymi stanami wzbudzonymi, bowiem wynikające z mechaniki kwantowej „reguły wyboru” zabraniają, by elektron przeszedł do stanu podstawowego  $1\text{S}_{1/2}$  emitując *jeden* foton (z serii  $\text{Ly } \alpha$ ). Atom może przejść ze stanu metatrwałego do podstawowego na dwa sposoby: albo bez emisji fotonu, w wyniku zderzeń z innymi atomami, co jest mało prawdopodobne, bo gaz jest silnie rozrzedzony ( $n_H \approx 550 \text{ cm}^{-3}$ ), albo w wyniku emisji *dwóch* fotonów. Czas życia atomu w stanie  $2\text{S}_{1/2}$  względem przejścia do stanu podstawowego z emisją dwóch fotonów jest rzędu  $0,1 \text{ s}$ . Fotony te mają zbyt małą energię, by wzbudzić inny atom ze stanu podstawowego do jednego ze stanów z  $n = 2$ , nie są więc tak destrukcyjne jak fotony  $\text{Ly } \alpha$ . Atom w stanie metatrwałym można też zjonizować fotonem o energii  $3,4 \text{ eV}$  (a jest ich wiele), lecz atomy w tym stanie są mniej podatne na absorpcję kwantu o tej energii niż atomy w stanach  $2\text{P}_{1/2}$  i  $2\text{P}_{3/2}$ .

Rekombinacja postępowała dzięki powstawaniu neutralnych atomów w stanie metatrwałym  $2S_{1/2}$  które następnie przechodziły do stanu podstawowego emitując dwa fotony o łącznej energii 10,2 eV. Atomy te były „nadwyżkowe” w tym sensie, że ich utworzeniu nie towarzyszyła emisja fotonu linii Ly  $\alpha$ , zatem nie powodowały rozbitcia innego atomu. Oczywiście atomy te, jak wszystkie atomy wodoru w stanie podstawowym, były bardzo podatne na absorpcję fotonów rezonansowych (linii Ly  $\alpha$ ), które wzbudzały je do któregoś ze stanów z  $n = 2$ , a to z dużym prawdopodobieństwem kończyło się jonizacją. Wynika stąd, że drugim warunkiem, by rekombinacja mogła efektywnie postępować, było ubywanie fotonów rezonansowych, czyli pochodzących z przejścia z poziomu 2P na poziom podstawowy. Następowало to dzięki rozszerzaniu się przestrzeni. W tym okresie charakterystyczny czas  $1/H$ , po którym wszystkie odległości podwajały się, a tym samym energie fotonów malały dwukrotnie, był rzędu  $10^5$  lat. Wystarczał jednak znacznie krótszy czas, by energia fotonu linii Ly  $\alpha$  (który w momencie emisji był dokładnie rezonansowy z energią 10,2 eV) nieznacznie zmalała i wyszła poza dopuszczalne dopplerowskie „rozmycie”: foton taki ma po tym czasie częstotliwość  $\omega$  mniejszą od  $\omega_\alpha$  lecz dla lecącego na spotkanie z nim (z prędkością  $v$ ) atomu ma częstotliwość  $\omega + \delta\omega$ , gdzie  $\delta\omega \approx \frac{v}{c}\omega$ . Jeżeli  $\omega + \delta\omega$  jest mniejsze od  $\omega_\alpha$ , to foton ma zbyt małą energię, by wprowadzić elektron na pierwszy poziom wzbudzony, przestaje więc być destrukcyjny.

Dokładny opis ilościowy tego procesu jest dość trudny. Okazuje się, że postępuje on wolniej niż by to wynikało z równania Sahy (49), tzn.  $X_e$  wolniej maleje ze spadkiem temperatury. Dla  $z = 500$  dostajemy  $X_e \geq 10^{-4}$ . Rzeczywista rekombinacja przebiegała tak powoli, że nigdy nie doprowadziła do połączenia się wszystkich swobodnych ładunków: dla  $z \approx 100$  plazma była już tak rozrzedzona, że elektrony i protony nie mogły się spotkać i rekombinacja ustała. Pozostała tzw. *jonizacja szczątkowa*:  $X_e \leq 10^{-5}$ . Kosmiczny gaz wodnorodowy z niewielką domieszką swobodnych elektronów i protonów stał się praktycznie przezroczysty dla promieniowania termicznego dużo wcześniej, w temperaturze rekombinacji  $T_{rek}$ .

Moment, w którym temperatura spadła do wartości  $T_{rek}$  i Wszechświat stał się przezroczysty (dzięki czemu promieniowanie termiczne stało się swobodnym promieniowaniem reliktowym), można prosto wyliczyć (Aneks 34.1) i dany jest wzorem

$$t_{rek} = 5,51 \cdot 10^{10} (\Omega_0 h^2)^{-2} [\sqrt{1 + x_{rek}} (x_{rek} - 2) + 2] \text{ sek} , \quad (53)$$

$$\text{gdzie } x_{rek} = \frac{2,41 \cdot 10^4}{1 + z_{rek}} \Omega_0 h^2 .$$

We wzorze tym za  $\Omega_0$  podstawiamy albo  $\Omega_{B0}$  (wyłącznie nukleony), albo  $\Omega_{M0}$  (cała materia, głównie ciemna), ponadto  $h \approx 0,7$ . Ponieważ niektórzy kosmologowie, w tym grupa opracowująca wyniki obserwacji satelity WMAP, uważają, że punktem zwrotnym procesu rekombinacji był moment, w którym temperatura spadła do 3000 K, wartość  $t_{rek}$  wyliczamy dla dwu wartości  $T_{rek}$ .

| $\Omega_0 = \Omega_{B0} \approx 0,045$<br>$\Omega_0 h^2 = 0,022$ |                       |                                                | $\Omega_0 = \Omega_{M0} \approx 0,3$<br>$\Omega_0 h^2 = 0,15$ |                       |                                                 |
|------------------------------------------------------------------|-----------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------------------|
| $z_{rek} + 1$                                                    | $T_{rek} \text{ (K)}$ | $t_{rek}$                                      | $z_{rek} + 1$                                                 | $T_{rek} \text{ (K)}$ | $t_{rek}$                                       |
| 1300                                                             | 3500                  | $1,28 \cdot 10^{13} \text{ s} =$<br>400000 lat | 1300                                                          | 3500                  | $8,60 \cdot 10^{12} \text{ s} =$<br>272000 lat  |
| 1100                                                             | 3000                  | $1,72 \cdot 10^{13} \text{ s} =$<br>540000 lat | 1100                                                          | 3000                  | $11,45 \cdot 10^{12} \text{ s} =$<br>362000 lat |

*Obecność materii ciemnej sprawia, że rekombinacja zachodzi wcześniej, niż gdyby jej nie było.* Zarazem, w porównaniu z wpływem na czas trwania ery radiacyjnej  $t_k$ , wpływ materii ciemnej na moment zakończenia rekombinacji jest dużo mniejszy: rekombinacja zachodzi najpóźniej, gdy są tylko nukleony i następuje w temperaturze 3000 K, a najwcześniej – w obecności ciemnej materii i w temperaturze 3500 K; wartość  $t_{rek}$  maleje wówczas 2 razy. Dla określonej temperatury  $T_{rek}$  obecność materii ciemnej zmniejsza wartość  $t_{rek}$  półtora raza.

Ponieważ obecność materii ciemnej bardzo skraca czas trwania ery radiacyjnej, rekombinacja zachodzi po jej zakończeniu – w erze dominacji materii nierelatywistycznej, zwanej też erą galaktyczną. Tej ery omawiać nie będziemy.